

**UNIVERSITÀ DI PISA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA**

Corso di Laurea Magistrale in
Ingegneria Robotica e dell'Automazione



Tesi di Laurea Magistrale

**Identificazione del
“DNA” di una Formula 1
per valutarne l’assetto
e le prestazioni**

Relatori:

Prof. Ing. Massimo Guiggiani
DICI Università di Pisa

Ing. Carlo Miano
Ferrari S.p.a. Gestione Sportiva

Ing. Maurizio Bocchi
Ferrari S.p.a. Gestione Sportiva

Candidato:

Francesco Senni

Anno Accademico 2012/2013

A Elena e ai miei genitori

Sommario

In questo lavoro il problema di descrivere l'handling di un veicolo da Formula 1 nelle varie fasi di percorrenza curva è affrontato utilizzando un nuovo approccio. Viene introdotto il concetto di *map of achievable performance* (MAP) inteso come immagine nel piano degli stati a regime di opportune sequenze di comandi del pilota. Si dimostra come gli stati raggiungibili dal veicolo siano confinati in una regione del piano i cui confini dipendono dalle condizioni di aderenza dell'asfalto, dalla velocità massima e minima e dal finecorsa dello sterzo. Nella tesi viene illustrato come, mediante questa metodologia, sia possibile caratterizzare compiutamente la prestazione, il comportamento sovra-sottosterzante e, nella fase di centro curva, anche la stabilità di una monoposto di Formula 1. Questo nuovo strumento può essere efficacemente utilizzato per confrontare il comportamento direzionale di veicoli con assetti diversi.

Abstract

The problem of describing the steady-state cornering behaviour of a Formula 1 car is addressed taking a new perspective. The new concept of *map of achievable performance* (MAP) is presented as the image of a suitable sequence of inputs from the driver in the steady-state state plane. It is shown how the vehicle states are constrained to lie in a region of the plane defined by the minimum and maximum speed values, tire grip level and maximum steer angle. It is shown how this new tool properly describes the performance, the understeer-oversteer behavior and, during the corner apex phase, the stability of a Formula 1 vehicle. This methodology can be effectively employed to compare the car directional behavior with different setups.

Indice

1	Stato dell'arte	1
1.1	Definizioni preliminari	3
1.2	Il modello monotraccia	4
1.3	Handling diagram	6
1.3.1	Manovre stazionarie	8
1.3.2	Definizione di comportamento sopra/sottosterzante	8
1.3.3	Stabilità	10
1.4	Influenza dei carichi aerodinamici	10
1.4.1	Modello di veicolo con differenziale bloccato e carichi aerodinamici	12
1.5	Handling surface	15
1.5.1	Nuova definizione di gradiente di sottosterzo	17
2	Map of achievable performance	19
2.1	Mappe dallo spazio degli ingressi allo spazio degli stati	19
2.1.1	Modello utilizzato	21
2.2	Curve a velocità di avanzamento costante	22
2.2.1	Performance al limite	22
2.2.2	Limiti delle curve	23
2.3	Curve ad accelerazione laterale costante	23
2.3.1	Grip tra pneumatico e asfalto	24
2.3.2	Limiti delle curve	25
2.4	Curve ad angolo di sterzo costante	25
2.4.1	Comportamento sopra/sottosterzante	26
2.4.2	Stabilità	28
2.4.3	Limiti delle curve	31
2.5	Map of achievable performance	31
2.6	Mappe sul piano angolo di sterzo - curvatura	33
2.6.1	Manovre a velocità costante e stabilità	34
2.6.2	Manovre ad accelerazione laterale costante e sottosterzo	36
2.7	MAP per un veicolo senza carichi aerodinamici	39
3	Map of achievable performance: il caso di una Formula 1	41
3.1	Stima delle MAP da prove stazionarie	41
3.1.1	Stima della funzione inversa	42
3.1.2	Stima tramite spezzate	43
3.1.3	Estensione delle curve	45

3.2	MAP relative al veicolo con il setup di riferimento	46
3.3	Effetto sulle MAP di modifiche all'assetto della vettura	49
3.3.1	Modifiche alla ripartizione dei trasferimenti di carico	49
3.3.2	Modifiche alla distribuzione dei carichi aerodinamici	56
3.3.3	Effetti di modifiche combinate	61
4	Map of achievable performance in ingresso e uscita curva	71
4.1	Comportamento del veicolo in uscita curva	73
4.2	Comportamento del veicolo in ingresso curva	81
	Bibliografia	87

Capitolo 1

Stato dell'arte

Il modello monotraccia [3] è di gran lunga il più utilizzato nell'analisi della dinamica dei veicoli. Questo semplice modello descrive il moto piano di un veicolo a trazione posteriore in marcia a velocità lentamente variabile e privo di carichi aerodinamici. In questo modello gli angoli di deriva relativi alle ruote di uno stesso asse vengono supposti uguali e gli scorrimenti longitudinali trascurati.

Conseguentemente a queste ipotesi, può essere determinata una relazione tra la forza laterale e l'angolo di deriva α_i di ciascun assale permettendo di giungere così ad un modello con due soli pneumatici equivalenti. Considerando la velocità di avanzamento come imposta dal pilota, il modello ha due gradi di libertà rappresentati dalla velocità laterale v e dalla velocità di imbardata r o, equivalentemente, dall'angolo di assetto β e dalla curvatura della traiettoria del baricentro ρ . Si il comando a disposizione del pilota sia l'angolo di sterzo δ oltre ad u .

Essenziale nella comprensione del comportamento di qualsiasi sistema dinamico, e in particolare di un autoveicolo, è lo studio dell'andamento a regime. Ciò è ulteriormente giustificato nello caso dei veicoli da corsa, i quali operano tipicamente molto vicino a condizioni stazionarie per via dell'azione particolarmente *smooth* dei piloti sul volante e dell'elevato smorzamento del sistema dinamico veicolo.

Le configurazioni di equilibrio vengono identificate come una coppia di valori delle variabili di stato corrispondenti ad una coppia di valori degli ingressi. Un veicolo a regime percorre traiettorie circolari (quindi con ρ costante) con un angolo di assetto β costante.

Nell'analisi del comportamento direzionale a regime dei veicoli l'*handling digram* [6] è probabilmente lo strumento più utile e diffuso. Si dimostra infatti che, per veicoli modellabili mediante il modello monotraccia, il comportamento direzionale a regime di un veicolo può essere descritto compiutamente da un'unica curva (nota come *handling curve*) che mette in relazione con l'accelerazione laterale la differenza tra gli angoli di deriva anteriore e posteriore $\alpha_1 - \alpha_2$.

Si dimostra infatti, seguendo lo schema logico di Fig. 1.2, come questa differenza dipenda unicamente dai parametri costruttivi del veicolo. La relazione tra forza laterale e relativo angolo di deriva è infatti univoca per ciascun assale, dal momento che il carico verticale è sempre costante. Ciò comporta tutta una serie di vantaggi che fanno sì che l'*handling diagram* sia così usato.

Ad esempio è possibile assegnare un certo grado di sovra-sottosterzo a ciascun

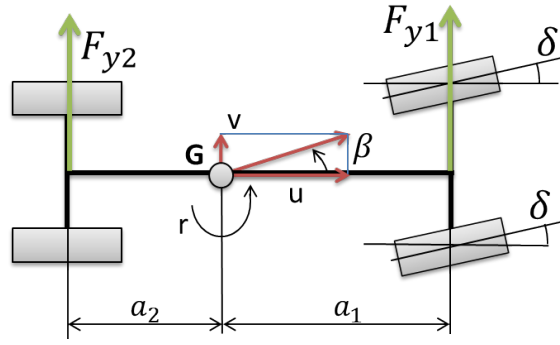


Figura 1.1: Definizione delle grandezze utilizzate.

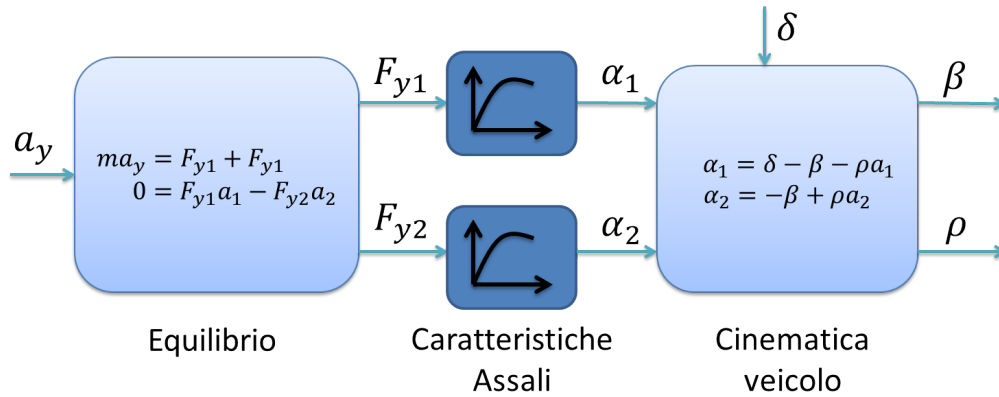


Figura 1.2: Dipendenza delle grandezze cinematiche dall'accelerazione laterale.

livello di accelerazione laterale (il cosiddetto *gradiente di sottosterzo*), e quindi a ciascuna condizione di equilibrio, associandolo alla pendenza della handling curve.

L'handling diagram fornisce inoltre preziose informazioni riguardanti la stabilità del veicolo, permettendo di dividere regioni di moto stabile e instabile.

Purtroppo i veicoli da Formula 1 non appartengono alla categoria dei veicoli “tradizionali” il cui comportamento a regime può essere descritto dall'handling diagram.

I carichi aerodinamici hanno infatti grande influenza sul carico verticale totale e quindi sulle caratteristiche dei due assali. Il risultato è che le forze laterali non dipendono più esclusivamente dall'angolo di deriva ma anche dalla velocità, e così anche il comportamento a regime del veicolo.

In [2] la non unicità dell'handling diagram è stata dimostrata nel caso di veicoli con differenziale bloccato. Si è mostrato come il comportamento direzionale di un veicolo di questo tipo dipenda non solo dall'accelerazione laterale, ma anche da una variabile che definisce il tipo di manovra effettuata. In [1] è stata definita la *handling surface* riprendendo il concetto di handling diagram e di gradiente di sottosterzo e generalizzandoli al caso di veicoli di questo tipo.

L'obiettivo di questo lavoro è quello di definire uno strumento più espressivo di quello proposto in [1], che possa essere utilizzato efficacemente per caratterizzare le prestazioni a regime di un veicolo da Formula 1 e per comparare diversi assetti vettura. La ricerca effettuata nell'ambito della tesi, in collaborazione con Ferrari Gestione

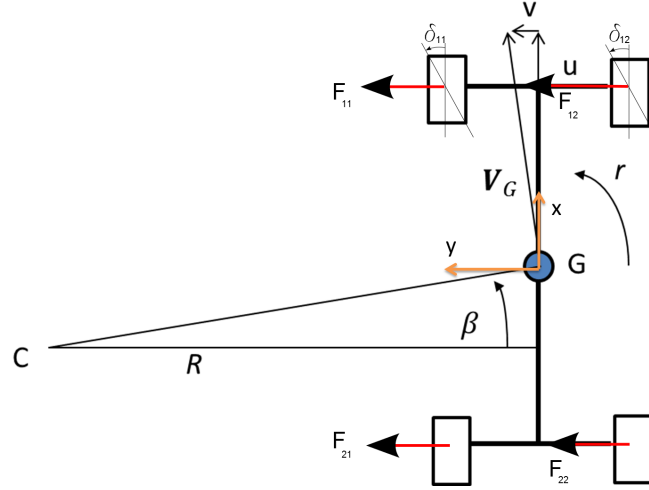


Figura 1.3: Definizione delle grandezze di interesse.

Sportiva, ha portato così alla definizione di uno strumento piuttosto innovativo detto *map of achievable performance* che permette di avere una visione globale del comportamento stazionario di un veicolo da Formula 1 in tutte le fasi di percorrenza curva.

1.1 Definizioni preliminari

Prima di passare a descriverle nel dettaglio i modelli utilizzati tipicamente per analizzare il comportamento stazionario di un veicolo, con riferimento alla Fig. 1.3, si introducono le grandezze che verranno utilizzate:

- angolo di sterzo alle ruote δ ;
- velocità longitudinale del veicolo u , ossia la componente del vettore velocità lungo l'asse x ;
- velocità laterale v , componente del vettore velocità lungo l'asse y ;
- velocità di imbardata r ossia la velocità angolare del veicolo rispetto ad un asse ortogonale al piano stradale;
- angolo di assetto del veicolo β , inteso come angolo compreso tra il vettore velocità e l'asse longitudinale dello chassis e positivo se antiorario; è definito come

$$\beta = \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \simeq \frac{v}{u} \quad (1.1)$$

- curvatura ρ pari all'inverso della proiezione R del raggio di curvatura del baricentro del veicolo su un asse parallelo all'asse y ; questa grandezza è definita come

$$\rho = \frac{1}{R} = \frac{r}{u} \quad (1.2)$$

- accelerazione laterale a_y che a regime vale

$$a_y = \frac{u^2}{r} = \rho u^2 \quad (1.3)$$

1.2 Il modello monotraccia

Il modello monotraccia è di gran lunga il più utilizzato nell'analisi della dinamica dei veicoli. Come mostrato in [3] questo semplice modello descrive il moto piano di un veicolo a trazione posteriore dotato di differenziale aperto in marcia a velocità costante e privo di carichi aerodinamici. Per via del differenziale aperto le forze di trazione agenti sui pneumatici posteriori sono sempre mutuamente uguali. Si assume inoltre che gli angoli di deriva relativi alle ruote di uno stesso asse siano uguali e che gli scorrimenti longitudinali siano trascurabili.

Conseguentemente a queste ipotesi, può essere determinata una relazione tra la forza laterale totale e l'angolo di deriva di ciascun assale permettendo di giungere così ad un modello con due soli pneumatici equivalenti.

Avendo fissato la velocità il modello ha quindi due gradi di libertà rappresentati dalla velocità laterale e dalla velocità di imbardata.

Il modello monotraccia è composto da tre blocchi di equazioni: le equazioni di equilibrio, le equazioni costitutive e di congruenza. Le prime descrivono l'equilibrio alla traslazione in direzione dell'asse y e alla rotazione rispetto all'asse z :

$$\begin{aligned} m(\dot{v} + ur) &= F_{y1} + F_{y2} \\ J\dot{r} &= F_{y1}a_1 - F_{y2}a_2 \end{aligned} \quad (1.4)$$

dove a_1 e a_2 sono i due semipassi mentre F_{y1} e F_{y2} sono le forze laterali sviluppate dai due assali definite come

$$F_{y1} = F_{y11} + F_{y12} \quad \text{e} \quad F_{y2} = F_{y21} + F_{y22} \quad (1.5)$$

Le equazioni costitutive legano le forze F_{y1} e F_{y2} alla cinematica del veicolo. Ciascuna F_{yi} è pari alla somma delle forze sviluppate dalle due ruote dello stesso assale, a loro volta funzioni degli angoli di deriva e dei carichi verticali:

$$F_{yij} = F_{yij}(\alpha_{ij}, F_{z_{ij}}) \quad (1.6)$$

Questi ultimi, avendo posto uguali a zero i carichi aerodinamici e le variazioni di velocità longitudinali, possono essere modellati con la seguente espressione

$$F_{z_{ij}} = \frac{W_i}{2} \pm \Delta F_{zi} \quad (1.7)$$

Il primo termine è costante ed indica il carico statico sulla ruota derivante dal peso del veicolo

$$W_i = mg \frac{l - a_i}{2l} \quad (1.8)$$

Il secondo termine indica invece il trasferimento di carico tra pneumatici dello stesso assale: nel caso sia verificata la condizione $ma_y \gg J\dot{r}/l$ (che corrisponde ad assumere

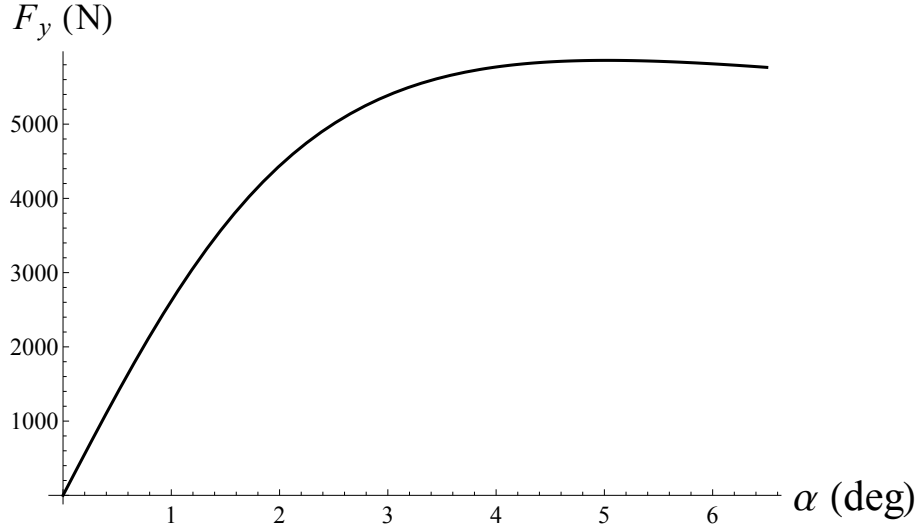


Figura 1.4: Esempio di caratteristica effettiva dell'assale.

cambi di direzione “non troppo repentini”), questo può essere considerato funzione lineare della sola forza laterale

$$\Delta F_{zi} = \frac{1}{t_i} \left[d_i + \frac{k_{\phi_i}}{k_{\phi_1} + k_{\phi_2}} (h - d) \right] F_{yi} \quad (1.9)$$

dove d_i , t_i e k_{ϕ_i} sono rispettivamente l'altezza del centro di rollio, la carreggiata e la rigidità di rollio dell' i -esimo assale, h è l'altezza del baricentro e d l'altezza dell'asse di rollio in corrispondenza del baricentro. Ne risulta la seguente espressione

$$F_{z_{ij}} = F_{z_{ij}}(F_{yi}) \quad (1.10)$$

che, sostituita nella (1.6), porta alla seguente formulazione per la forza laterale sviluppata dall'assale

$$F_{yi} = F_{yi1}[\alpha_{i1}, F_{z_{i1}}(F_{yi})] + F_{yi2}[\alpha_{i2}, F_{z_{i2}}(F_{yi})]. \quad (1.11)$$

Ora, avendo supposto uguali gli angoli di deriva delle due ruote ($\alpha_{i1} = \alpha_{i2} = \alpha_i$) l'equazione diventa

$$F_{yi} = F_{yi1}[\alpha_i, F_{z_{i1}}(F_{yi})] + F_{yi2}[\alpha_i, F_{z_{i2}}(F_{yi})] \quad (1.12)$$

che, risolta in F_{yi} dà la cosiddetta *caratteristica effettiva dell'assale* (Fig. 1.4)

$$F_{yi} = F_{yi}(\alpha_i). \quad (1.13)$$

Le equazioni costitutive saranno pertanto rappresentate dalle caratteristiche effettive dei due assali anteriore e posteriore.

Le equazioni di congruenza invece legano gli angoli di deriva alle grandezze cinematiche globali del veicolo ossia la velocità longitudinale, laterale e di imbardata u , v , e r e l'angolo di sterzo delle ruote anteriori δ : per semplicità si è infatti assunto

$\delta_{11} = \delta_{12} = \delta$. Dati i valori limitati degli angoli in gioco è consuetudine utilizzare le espressioni linearizzate delle equazioni di congruenza

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \delta - \frac{v + ra_1}{u} \\ \alpha_1 &= -\frac{v - ra_2}{u}\end{aligned}\tag{1.14}$$

Sostituendo le equazioni (1.14) in (1.13) e sostituendo a sua volta quanto ottenuto nelle equazioni (1.4) otteniamo un sistema di due equazioni differenziali non lineari nella forma:

$$\begin{aligned}\dot{v} &= f_v(v, r, \delta, u) \\ \dot{r} &= f_r(v, r, \delta, u)\end{aligned}\tag{1.15}$$

La velocità longitudinale u può sia rimanere costante che variare purché lentamente: in questo modo gli angoli di deriva e i trasferimenti di carico longitudinali rimangono trascurabili. In ogni caso tuttavia la dinamica longitudinale non viene presa in considerazione ma si considera u come un ingresso (costante o variabile), supponendo cioè che il pilota sia in grado di intervenire direttamente su di essa.

Essenziale nella comprensione del comportamento di qualsiasi sistema dinamico, e in particolare di un autoveicolo, è lo studio delle configurazioni di equilibrio: in questo caso esse vengono identificate come una coppia di valori delle variabili di stato (\bar{v}, \bar{r}) corrispondenti ad una coppia di valori degli ingressi $(\bar{\delta}, \bar{u})$. Un veicolo a regime percorre traiettorie circolari con una velocità laterale (e, quindi, un angolo di assetto β) costanti. Le condizioni di equilibrio si ottengono risolvendo le equazioni (1.15) dopo aver posto uguali a zero \dot{v} e \dot{r} .

Esiste un modo più utile di ottenere le configurazioni steady state di veicolo descrivibile da un modello monotraccia: si può infatti utilizzare il cosiddetto *diagramma di maneggevolezza* o *handling diagram* il quale verrà descritto nel prossimo paragrafo.

1.3 Handling diagram

Prendiamo le equazioni di equilibrio a regime (tutte le grandezze in questa trattazione saranno considerate relative al veicolo in condizioni stazionarie):

$$\begin{aligned}ma_y &= F_{y1}(\alpha_1) + F_{y2}(\alpha_2) \\ 0 &= F_{y1}(\alpha_1)a_1 - F_{y2}(\alpha_2)a_2\end{aligned}\tag{1.16}$$

Si nota come queste permettano di ottenere le forze laterali sugli assali una volta nota soltanto l'accelerazione laterale. Rielaborando queste equazioni otteniamo

$$ma_y = F_{y1}(\alpha_1) \frac{l}{a_2} = F_{y2}(\alpha_2) \frac{l}{a_1}\tag{1.17}$$

Un'altra equazione può essere scritta legando il termine ma_y alle equazioni di congruenza

$$ma_y = m \frac{u^2}{R} = m \frac{u^2}{l} \frac{l}{R} = m \frac{u^2}{l} [\delta - (\alpha_1 - \alpha_2)]\tag{1.18}$$

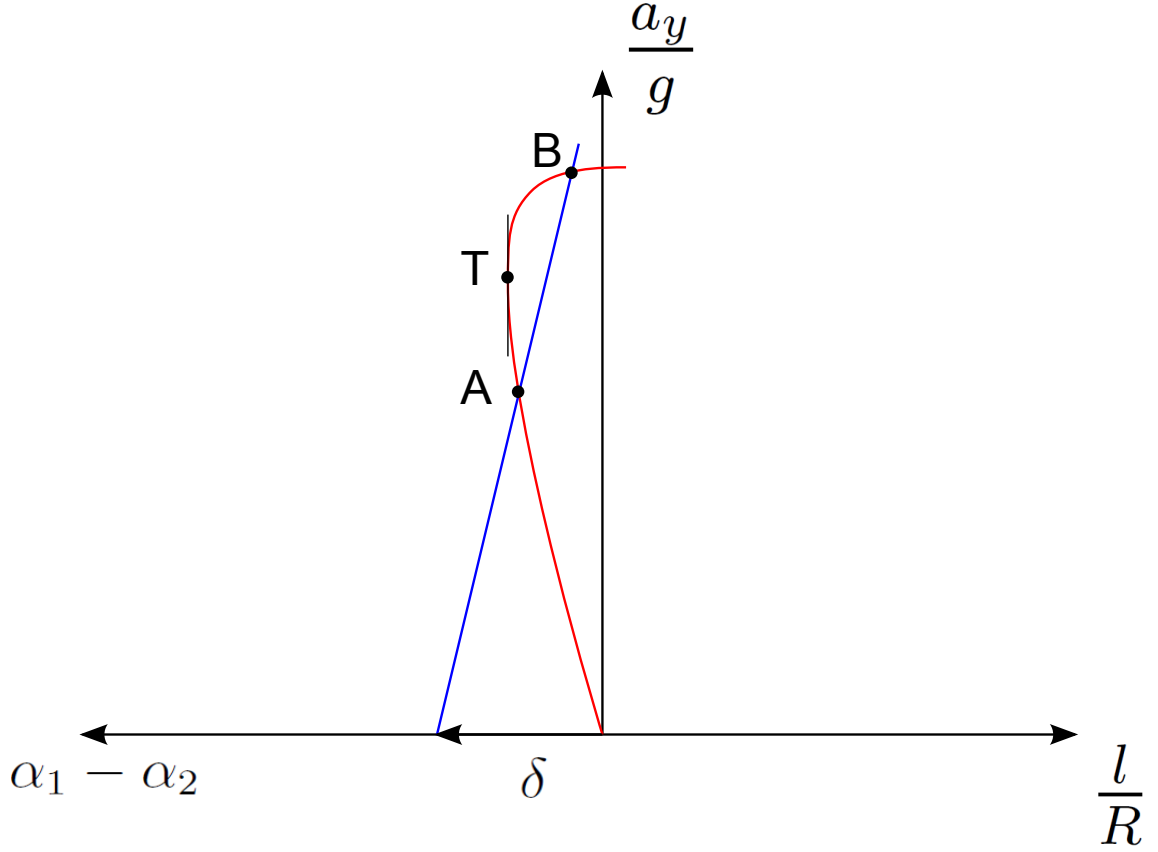


Figura 1.5: Handling diagram.

Dividendo le ultime due equazioni per il peso del veicolo otteniamo

$$\frac{a_y}{g} = \frac{F_{y1}(\alpha_1)}{W_1} = \frac{F_{y2}(\alpha_2)}{W_2} \quad (1.19)$$

$$\frac{a_y}{g} = \frac{u^2}{gl} [\delta - (\alpha_1 - \alpha_2)] \quad (1.20)$$

che rappresentano rispettivamente le equazioni di una curva e di una retta sul piano $\left[\frac{a_y}{g}, (\alpha_1 - \alpha_2)\right]$ le quali vanno a costituire l'*handling diagram*.

Un esempio è riportato in Fig. 1.5: la curva (in rosso) dipende unicamente dalle caratteristiche costruttive del veicolo mentre la retta (in blu) dipende soltanto dalle grandezze cinematiche associate al tipo di condizione di equilibrio (oltre al passo l) le quali determinano la pendenza e l'offset di tale retta.

Un punto della curva (1.19) dell'*handling diagram* (detta anche *handling curve*) può essere ottenuto nel seguente modo: note le caratteristiche degli assali normalizzate

$$f_{yi}(\alpha_i) = \frac{F_{yi}(\alpha_i)}{W_i}, \quad (1.21)$$

e fissato un valore dell'accelerazione laterale (e, quindi di f_{y1} e f_{y2}) è sufficiente calcolare i valori di α_1 e α_2 associati invertendo le (1.21) e farne la differenza. La *handling curve* può essere ottenuta agevolmente anche per via sperimentale facendo

percorrere al veicolo una manovra stazionaria, ad esempio una chiocciola: in tale manovra il pilota, mantenendo costante la velocità, fa variare l'angolo di sterzo molto lentamente (per rimanere sempre in condizioni stazionarie) con un profilo temporale a rampa. Dal momento che

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \delta - \frac{l}{R} \quad (1.22)$$

e che la handling curve è unica, per costruirla è sufficiente acquisire i segnali di δ , R e a_y e graficare appunto $\delta - \frac{l}{R}$ in funzione di a_y/g .

Una volta assegnati l'angolo di sterzo δ e la velocità u e quindi la retta, le configurazioni di equilibrio vengono identificate univocamente dall'intersezione della retta stessa con la handling curve (punti A e B).

1.3.1 Manovre stazionarie

Largamente impiegato nell'analisi del comportamento a regime di un veicolo è il concetto di manovra stazionaria, intesa come successione di stati di equilibrio. Le manovre più comunemente utilizzate sono quelle in cui si tiene una variabile costante facendo variare tutte le altre. Si distinguono quindi:

- manovre a raggio di curvatura R costante (steering pad);
- manovre a velocità u costante (chiocciola);
- manovre ad angolo di sterzo δ costante.

Notare come nei veicoli tradizionali (ossia con sistema di sterzo cinematico, privi di carichi aerodinamici e con differenziale aperto) la handling curve sia unica e, pertanto, non influenzata dalla manovra utilizzata per ricavarla sperimentalmente.

Considerando l'equazione (1.22), per visualizzare queste manovre sull'handling diagram è comodo traslare nell'origine le rette definite dalla (1.20) e introdurre un terzo asse orientato nella direzione delle ordinate negative su cui andremo a leggere i valori dell'angolo di Ackermann $\gamma = l/R$.

In questo modo le manovre a R costante corrispondono sul nuovo piano $\left[\frac{a_y}{g}, \frac{l}{R}\right]$ a delle rette orizzontali, le manovre a u costante a delle rette passanti per l'origine e con pendenza pari a $\frac{u^2}{gl}$ e le manovre a sterzo costante a delle repliche della handling curve traslate rispetto all'origine di una quantità pari a δ .

1.3.2 Definizione di comportamento sovra/sottosterzante

Tradizionalmente si definisce un veicolo sovra o sottosterzante in una certa condizione di equilibrio in base al segno della seguente grandezza, definita come *gradiente di sottosterzo*:

$$K_\gamma = \frac{d}{da_y} \left(\delta - \frac{l}{R} \right) = \frac{d}{da_y} (\alpha_1 - \alpha_2) \quad (1.23)$$

Il veicolo, in una data configurazione di equilibrio sarà:

- sottosterzante se $K_\gamma > 0$;

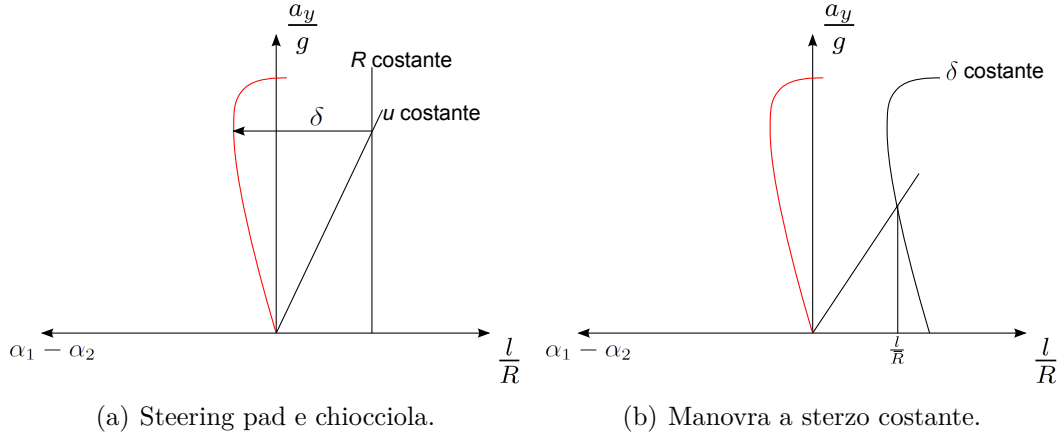


Figura 1.6: Manovre a R , u e δ costante.

- sovrasterzante se $K_\gamma < 0$;
- neutro se $K_\gamma = 0$.

Il gradiente di sottosterzo altro non è che la pendenza della handling curve per una certa accelerazione laterale: pertanto le tre condizioni di cui sopra corrispondono ad una handling curve crescente, decrescente o a tangente orizzontale in un certo punto. Dopo queste considerazioni, con riferimento a Fig. 1.6, è immediato dare una interpretazione fisica del concetto di veicolo sovra/sottosterzante nelle tre manovre discusse in precedenza:

- in uno steering pad il veicolo sarà sottosterzante (sovrasterzante) se all'aumentare della velocità saranno necessari angoli di sterzo sempre maggiori (minori) per mantenere una traiettoria con il raggio di curvatura imposto;
- in una chiocciola invece avremo sottosterzo (sovrasterzo) se per aumentare il raggio di curvatura dovremo aumentare l'angolo di sterzo più (meno) di quanto richiesto in una condizione di sterzata cinematica;
- in una manovra a δ costante si ha comportamento sottosterzante (sovrasterzante) se all'aumentare della velocità il raggio di curvatura della traiettoria del baricentro diminuisce (aumenta).

Il comportamento sovra/sottosterzante di un veicolo è direttamente correlato con l'andamento delle caratteristiche degli assali nell'intorno dei punti di lavoro. Si dimostra infatti che il gradiente di sottosterzo può essere espresso come

$$K_\gamma = \frac{m}{l} \left(\frac{\Phi_2 a_2 - \Phi_1 a_1}{\Phi_1 \Phi_2} \right) \quad (1.24)$$

dove le Φ_i sono le cosiddette *rigidezze di deriva*, ossia le pendenze delle caratteristiche degli assali

$$\Phi_i = \frac{dF_{yi}}{d\alpha_i} \quad (1.25)$$

1.3.3 Stabilità

L'handling diagram è utile anche per giudicare se una certa configurazione di regime è stabile o meno.

Prendiamo infatti il linearizzato del sistema (1.15) intorno all'equilibrio. Avremo

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{r}} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \tilde{v} \\ \tilde{r} \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

dove \tilde{v} e \tilde{r} sono le variabili traslate nell'origine. L'equilibrio è stabile se e solo se entrambi gli autovalori della matrice A hanno parte reale negativa: ciò si verifica se

$$\text{tr}(A) < 0 \quad \text{e} \quad \det(A) > 0 \quad (1.27)$$

Se consideriamo solo il tratto crescente delle caratteristiche degli assali la condizione sulla traccia è sempre verificata, e pertanto l'eventuale perdita di stabilità viene a dipendere unicamente dal segno del determinante.

Per un veicolo modellabile dalle equazioni (1.4) (1.13) e (1.14) si dimostra che

$$\det(A) = \frac{\Phi_1 \Phi_2 l^2}{u^2 m J} \left[\frac{d\delta}{d(l/R)} \right]_{u=\text{cost.}} \quad (1.28)$$

Dal momento che abbiamo assunto di considerare solo il tratto crescente delle caratteristiche degli assali abbiamo sempre che $\Phi_1, \Phi_2 > 0$: pertanto, considerando l'equazione (??), la condizione di perdita di stabilità si ha quando la derivata dell'angolo di sterzo rispetto all'angolo di Ackermann ad u costante si annulla. Tale condizione può essere facilmente visualizzata sull'handling diagram e corrisponde al punto in cui la retta associata alla manovra è tangente alla handling curve.

Sotto l'ipotesi $\Phi_1, \Phi_2 > 0$, condizione necessaria affinché il veicolo sia instabile è che questo sia sovraasterzante, dal momento che la velocità di avanzamento è sempre positiva.

Inoltre, mentre la transizione da sotto a sovrasterzo si ha sempre per lo stesso valore dell'accelerazione laterale indipendentemente dalla manovra, la transizione da stabilità ad instabilità avviene in un punto dipendente direttamente anche dalla velocità del veicolo: è quindi possibile associare ad ogni punto di equilibrio in cui il veicolo è sovraasterzante una velocità critica u_{cr} (o raggio di curvatura critico R_{cr}) e costruire una curva che separa le configurazioni stabili da quelle instabili detta *frontiera di stabilità*. Un esempio di frontiera di stabilità è riportato in Fig. 1.7.

1.4 Influenza dei carichi aerodinamici

La teoria vista fin'ora, anche se basata su un modello estremamente semplice come il modello monotraccia, viene abbondantemente usata per comprendere e prevedere il comportamento di veicoli reali.

Essa si basa su assunzioni molto forti come quella di considerare veicoli con differenziale di tipo aperto e con carichi aerodinamici e scorrimenti longitudinali nulli. Tali ipotesi sono ragionevoli per molti veicoli stradali e estremamente utili in quanto fanno sì che il comportamento steady state al variare dell'accelerazione possa

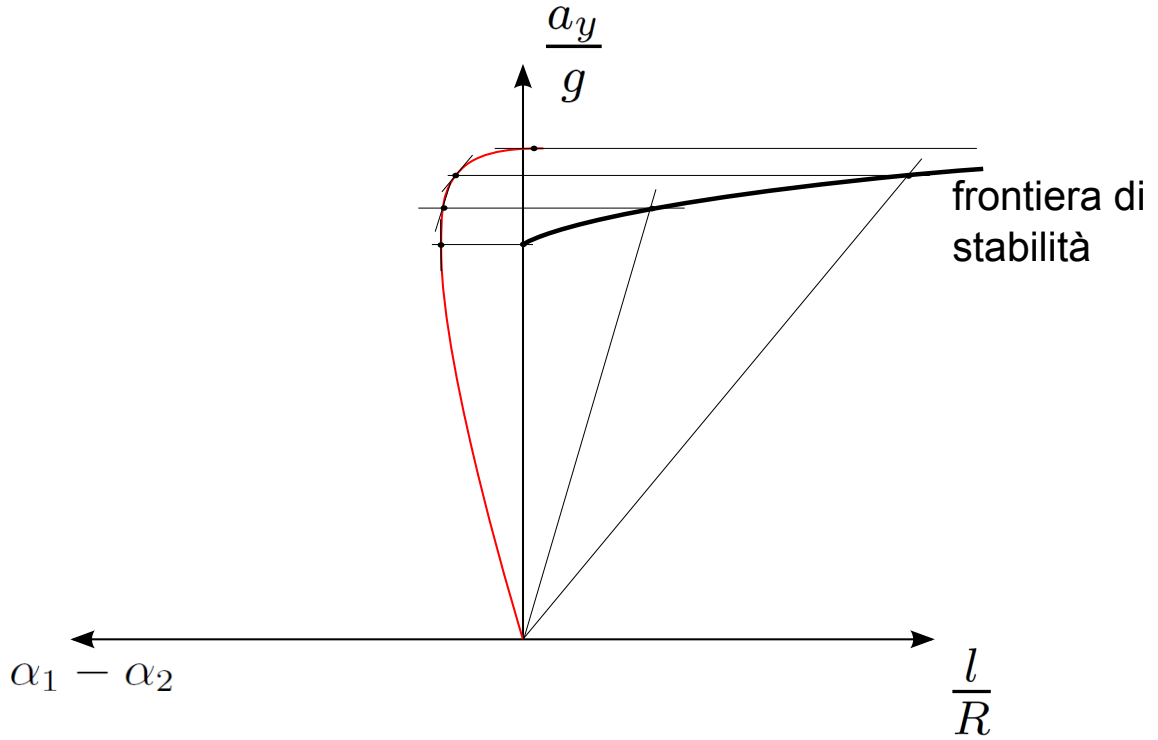


Figura 1.7: Frontiera di stabilità.

essere descritto da una sola handling curve dipendente solo dai parametri costruttivi del veicolo e non dal tipo di manovra.

Purtroppo però tali ipotesi risultano inadeguate per lo studio del comportamento stazionario di un veicolo da Formula 1. Consideriamo infatti le tre fasi di percorrenza di una curva: ingresso, centro e uscita. Nelle fasi di ingresso e di uscita il pneumatico lavora in condizioni di combinato e lo scorrimento del differenziale è limitato elettronicamente.

Nella fase di centro curva invece il pilota cerca di far scorrere la vettura, senza agire su acceleratore e freno. L'accelerazione laterale è limitata dal raggiungimento del picco di aderenza all'anteriore. Per queste ragioni quindi il differenziale (il cui bloccaggio è controllato elettronicamente) viene lasciato libero di scorrere e le ipotesi di considerare slip longitudinali nulli e il differenziale di tipo aperto sono quindi lecite e ragionevoli.

In tutte e tre le fasi di percorrenza curva tuttavia i carichi aerodinamici influenzano pesantemente il comportamento direzionale: basti pensare che tipicamente, con un setup normalmente utilizzato in piste da medio carico, ad una velocità di 200 km/h il peso del veicolo è più che raddoppiato (come mostrato in Fig. 1.8).

L'aumento della accelerazione laterale massima all'aumentare della velocità è naturalmente la conseguenza più evidente. Tuttavia i carichi aerodinamici influenzano notevolmente anche la stabilità e il comportamento sovra/sottosterzante del veicolo.

Possiamo infatti aggiornare l'espressione del carico verticale su ciascun assale con

$$F_{z_i} = W_i + \frac{1}{2} C_{z_i} S_i \rho_a u^2 \quad i = 1, 2 \quad (1.29)$$

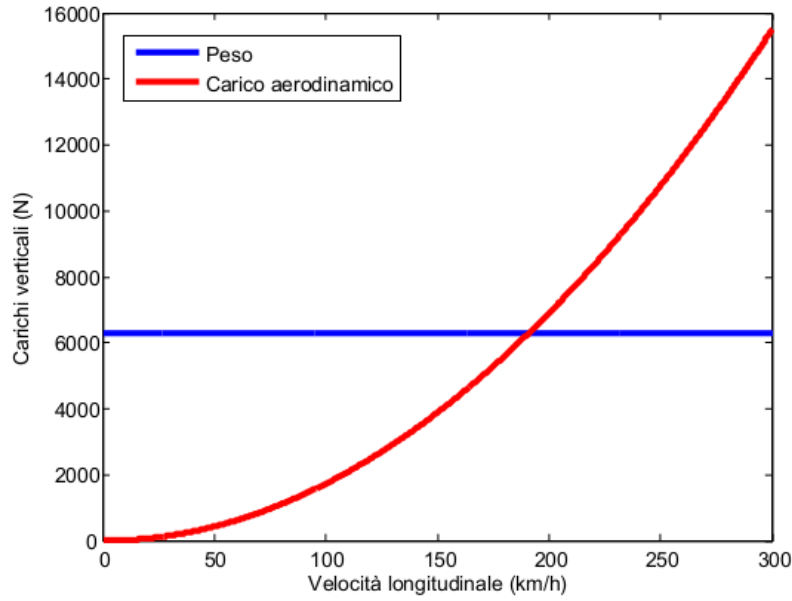


Figura 1.8: Carichi verticali con un setup da medio carico.

dove S_i è la sezione frontale equivalente dell' i -esimo assale, C_{z_i} il coefficiente di carico (in genere S_i e C_{z_i} vengono inglobati in un unico coefficiente) e ρ_a la densità dell'aria. A seconda della ripartizione dei carichi aerodinamici tra i due assali e della sensibilità dei pneumatici al carico verticale, le rigidezze di deriva Φ_i varieranno in maniera diversa in funzione della velocità di avanzamento: ciò influenzerà la stabilità e il comportamento sovra/sottosterzante del veicolo sulla base delle equazioni (1.28) e (1.24).

Alla luce di queste considerazioni appare evidente come il comportamento stazionario di un veicolo di Formula 1, anche a centro curva, non dipenda più dalla sola accelerazione laterale: in pratica una sola *handling curve* non è più sufficiente a descriverne l'handling.

In [2] è stata dimostrata la non unicità della handling curve nel caso di veicolo con differenziale bloccato. Nel prossimo paragrafo si dimostrerà come, in presenza di differenziale bloccato e carichi aerodinamici sia necessaria una sola altra variabile per definire univocamente l'handling del veicolo.

1.4.1 Modello di veicolo con differenziale bloccato e carichi aerodinamici

Prendiamo in considerazione sempre il moto piano del veicolo ma utilizzando stavolta un modello a tre variabili di stato. Alla dinamica di v e r verrà aggiunta quella relativa alla velocità longitudinale u .

Il modello monotraccia può quindi essere modificato come segue

Equazioni di equilibrio

Le equazioni di equilibrio in questo caso sono:

$$\begin{aligned} m(\dot{u} - vr) &= F_{x2} - F_{y1}\delta - F_a \\ m(\dot{v} + ur) &= F_{y1} + F_{y2} \\ J\dot{r} &= F_{y1}a_1 - F_{y2}a_2 + M_{z2} \end{aligned} \quad (1.30)$$

dove $F_{x2} = F_{x21} + F_{x22}$ mentre M_{z2} è il momento di imbardata che deriva dalla presenza del differenziale bloccato che rende le coppie alle ruote posteriori diverse tra loro

$$M_{z2} = (F_{x22} - F_{x21}) \frac{t_2}{2} \quad (1.31)$$

Il termine F_a rappresenta invece la forza di resistenza aerodinamica ed è dipendente dal quadrato della velocità

$$F_a = \frac{1}{2} \rho_a S C_x u^2 \quad (1.32)$$

dove ρ_a è la densità dell'aria, S la sezione frontale del veicolo e C_x il coefficiente di penetrazione aerodinamica.

Notare come l'unica differenza nelle equazioni di equilibrio rispetto al modello monotraccia è rappresentata dal momento di imbardata M_{z2}

Equazioni costitutive

Le forze laterali e longitudinali dei pneumatici in condizioni di combinato possono essere modellate dalla Magic Formula [cita paceijka]. In generale entrambe le componenti della forza saranno funzione dello scorrimento longitudinale, dell'angolo di deriva e del carico verticale oltre che da altri parametri come l'angolo di camber che verrà in questo semplice modello considerato costante. Avremo pertanto:

$$\begin{aligned} F_{y_{ij}} &= F_{y_{ij}}(\alpha_{ij}, \kappa_{ij}, F_{z_{ij}}) \\ F_{x_{ij}} &= F_{x_{ij}}(\kappa_{ij}, \alpha_{ij}, F_{z_{ij}}) \end{aligned} \quad (1.33)$$

Equazioni di congruenza

Le equazioni di congruenza descrivono gli angoli di deriva e gli scorrimenti longitudinali in funzione delle grandezze cinematiche del veicolo. In condizioni normali di guida è lecito utilizzare le espressioni linearizzate delle equazioni e supporre uguali gli angoli di deriva relativi alle ruote dello stesso asse: essi saranno pertanto sempre descritti dalle equazioni (1.14). Per quanto riguarda invece gli scorrimenti longitudinali

possiamo utilizzare le seguenti espressioni semplificate:

$$\begin{aligned}\kappa_{11} &= -\left(\chi_{11} + \frac{rt_1}{2u}\right) \\ \kappa_{12} &= -\left(\chi_{12} - \frac{rt_1}{2u}\right)\end{aligned}\tag{1.34}$$

$$\begin{aligned}\kappa_{21} &= -\left(\chi_{21} + \frac{rt_2}{2u}\right) \\ \kappa_{22} &= -\left(\chi_{22} - \frac{rt_2}{2u}\right)\end{aligned}\tag{1.35}$$

dove i termini χ_{ij} sono definiti come

$$\chi_{ij} = \frac{\omega_{ij}R_i}{u} - 1\tag{1.36}$$

In condizione di laterale puro o trazione pertanto si avrà $\chi_{11} = \chi_{12} = 0$. In caso di differenziale bloccato inoltre varrà la condizione $\chi_{21} = \chi_{22} = \chi$ dal momento che le ruote posteriori sono vincolate a ruotare alla stessa velocità.

Carichi verticali

Come nel modello monotraccia, consideriamo i carichi verticali in una condizione di regime ($\dot{u} = \dot{v} = \dot{r} = 0$): in tali condizioni è lecito assumere che la variazione di carico su ogni gomma sia dato solo dal trasferimento di carico laterale.

L'espressione del carico verticale su ogni ruota è data da

$$F_{z_{ij}} = \frac{1}{4} \rho_a S C_{z_i} u^2 + \frac{W_i}{2} \pm \Delta F_{z_i}\tag{1.37}$$

e il trasferimento di carico è funzione solo della accelerazione laterale e del momento di imbardata dovuto al differenziale bloccato

$$\begin{aligned}\Delta F_{z_i} &= \frac{1}{t_i} \left[\frac{l - a_i}{l} d_i + \frac{k_{\phi_i}}{k_{\phi}} (h - d) \right] m a_y + \frac{d_i}{l t_i} M_{z2} \\ &= \frac{1}{t_i} \left[\frac{l - a_i}{l} d_i + \frac{k_{\phi_i}}{k_{\phi}} (h - d) \right] m a_y + \frac{d_i}{l t_i} \frac{F_{x22} - F_{x21}}{2 l t_i} t_2\end{aligned}\tag{1.38}$$

Vogliamo ora ottenere le equazioni che definiscono il comportamento steady state del veicolo: sostituendo le equazioni di congruenza nel modello di pneumatico otteniamo le seguenti relazioni

$$\begin{aligned}F_{y_{11}} &= F_{y_{11}}(u, v, r, \delta, \Delta F_{z1}) & F_{y_{12}} &= F_{y_{12}}(u, v, r, \delta, \Delta F_{z1}) \\ F_{y_{21}} &= F_{y_{21}}(u, v, r, \chi, \Delta F_{z2}) & F_{y_{22}} &= F_{y_{22}}(u, v, r, \chi, \Delta F_{z2}) \\ F_{x_{21}} &= F_{x_{21}}(u, v, r, \chi, \Delta F_{z2}) & F_{x_{22}} &= F_{x_{22}}(u, v, r, \chi, \Delta F_{z2})\end{aligned}\tag{1.39}$$

In virtù di queste relazioni, in condizioni statiche ($\dot{u} = \dot{v} = \dot{r} = 0$), possiamo riscrivere le equazioni di equilibrio (1.30) come

$$\begin{aligned}f_1(u, v, r, \chi, \delta, \Delta F_{z1}, \Delta F_{z2}) &= m v r + F_{x2} - F_{y1} \delta - F_a = 0 \\ f_2(u, v, r, \chi, \delta, \Delta F_{z1}, \Delta F_{z2}) &= -m u r + F_{y1} + F_{y2} = 0 \\ f_3(u, v, r, \chi, \delta, \Delta F_{z1}, \Delta F_{z2}) &= F_{y1} a_1 - F_{y2} a_2 + (F_{x21} - F_{x22}) \frac{t_2}{2} = 0\end{aligned}\tag{1.40}$$

Ulteriori relazioni derivano dalle espressioni dei trasferimenti di carico laterali

$$\begin{aligned} f_4(u, v, r, \chi, \Delta F_{z1}, \Delta F_{z2}) &= -\Delta F_{z1} + k_1 mur - (F_{x_{21}} - F_{x_{22}}) \frac{t_2 d_1}{2lt_1} = 0 \\ f_5(u, v, r, \chi, \Delta F_{z2}) &= -\Delta F_{z2} + k_2 mur - (F_{x_{21}} - F_{x_{22}}) \frac{d_2}{2l} = 0 \end{aligned} \quad (1.41)$$

Ricapitolando, le equazioni che governano il comportamento stazionario del veicolo sono:

$$\begin{aligned} f_1(u, v, r, \chi, \delta, \Delta F_{z1}, \Delta F_{z2}) &= 0 \\ f_2(u, v, r, \chi, \delta, \Delta F_{z1}, \Delta F_{z2}) &= 0 \\ f_3(u, v, r, \chi, \delta, \Delta F_{z1}, \Delta F_{z2}) &= 0 \\ f_4(u, v, r, \chi, \Delta F_{z1}, \Delta F_{z2}) &= 0 \\ f_5(u, v, r, \chi, \Delta F_{z2}) &= 0 \end{aligned} \quad (1.42)$$

Il sistema (1.42) è composto da 5 equazioni in 7 incognite che possiamo risolvere una volta che *due* di esse vengono assegnate. In [1] è stata introdotta una estensione all'handling diagram per veicoli il cui handling necessita di un'altra variabile, oltre ad a_y , per essere descritto univocamente: la *handling surface*.

1.5 Handling surface

Abbiamo detto che per risolvere il sistema (1.42) occorre assegnare due variabili indipendenti. Diverse scelte possono essere fatte: tuttavia in genere, specialmente se si è interessati allo studio del comportamento sopra/sottosterzante del veicolo, appare più conveniente utilizzare le variabili a_y e R . Dal momento che $a_y = ur$ e $R = u/r$ sarà pertanto sufficiente sostituire ad u e r le espressioni:

$$u = \sqrt{a_y R} \quad \text{e} \quad r = \sqrt{\frac{a_y}{R}} \quad (1.43)$$

Per ogni coppia di valori assegnati a a_y e R o, equivalentemente, a a_y e all'angolo di Ackermann $\gamma = l/R$, possiamo ottenere di conseguenza tutte le altre variabili v , δ , χ , ΔF_{z1} e ΔF_{z2} . Ognuna di queste variabili, o ogni combinazione di esse può pertanto essere rappresentata come una funzione delle due variabili a_y e γ e pertanto essere graficata come una superficie. In particolare ciò può essere fatto per la classica differenza tra l'angolo di sterzo e l'angolo di Ackermann

$$\delta - \gamma = \delta - \frac{l}{R} = \alpha_1 - \alpha_2 = H(a_y, \gamma) \quad (1.44)$$

Questa altro non è che la definizione della cosiddetta *handling surface*. Dall'equazione 1.44 appare chiaro come in questo caso la differenza tra derivate anteriori e posteriori non è più funzione soltanto della accelerazione laterale ma anche di un'altra variabile che descrive il moto del veicolo. In Fig. 1.9 si riporta la handling surface relativa ad un veicolo con differenziale bloccato.

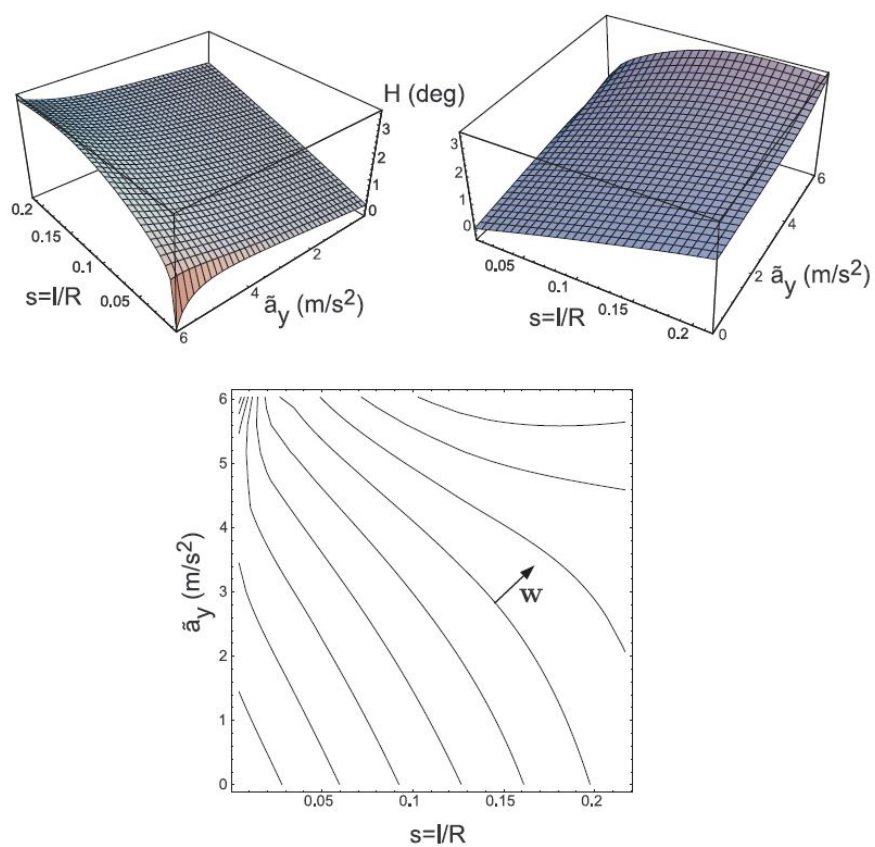


Figura 1.9: Handling surface associata ad un veicolo con differenziale bloccato: vista 3d e curve di livello.

1.5.1 Nuova definizione di gradiente di sottosterzo

Dal momento che la differenza $\delta - l/R = \alpha_1 - \alpha_2$ non dipende più soltanto da a_y la definizione (1.23) del gradiente di sottosterzo non è più adatta ma occorre tenere conto anche della manovra che sta effettuando il veicolo. Per fare ciò occorre legare il raggio di curvatura (e quindi l'angolo di Ackermann) all'accelerazione laterale $R = R(a_y)$. Ad esempio, in manovre ad u costante abbiamo $R = u^2/a_y$ (rette passanti per l'origine sul piano $[\gamma, a_y]$). Una volta assegnata la manovra, la grandezza $\delta - l/R$ torna ad essere funzione unicamente dell'accelerazione laterale e possiamo calcolarne la derivata

$$K_m = \frac{d}{da_y} H(a_y, \gamma(a_y)) = \frac{\partial H}{\partial a_y} + \frac{\partial H}{\partial \gamma} \frac{d\gamma}{da_y} = \mathbf{w} \mathbf{t} \quad (1.45)$$

dove \mathbf{w} è il gradiente della handling surface

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial a_y} & \frac{\partial H}{\partial \gamma} \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

mentre \mathbf{t} è un vettore che rappresenta localmente la manovra, ossia il rapporto tra a_y e γ

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{d\gamma}{da_y} \end{bmatrix} \quad (1.47)$$

In [1] si propone di ridefinire come gradiente di sottosterzo proprio il gradiente (1.46) della handling surface nel punto di equilibrio: tale definizione generalizza, e comprende come caso particolare, la classica definizione di gradiente di sottosterzo. Il comportamento sovra/sottosterzante del veicolo non dipenderà soltanto da esso ma anche dal tipo di manovra (i.e. dal vettore \mathbf{t}) che effettua il veicolo. In particolare il veicolo sarà:

- *sovrasterzante* se $K_m > 0$, ossia se l'angolo formato dai vettori \mathbf{t} e \mathbf{w} è minore di 90° ;
- *sottosterzante* se $K_m < 0$, ossia se l'angolo formato dai vettori \mathbf{t} e \mathbf{w} è maggiore di 90° ;
- *neutro* se $K_m = 0$, ossia se l'angolo formato dai vettori \mathbf{t} e \mathbf{w} è retto.

La handling surface rappresenta una interessante estensione del diagramma di maneggevolezza. Con questo strumento è infatti possibile lo studio dell'handling anche quando sono necessarie due variabili per definirlo univocamente. Si è visto come i veicoli di Formula 1, caratterizzati dalla presenza di carichi aerodinamici, differenziale bloccato, o entrambi rientrano in questa categoria: il loro comportamento stazionario infatti non dipende soltanto dall'accelerazione laterale ma anche dal tipo di manovra effettuata.

Proprio dal concetto di manovra è possibile partire per sviluppare un nuovo strumento che permetta di analizzare il comportamento a regime di un veicolo.

.... quì devi mettere una introduzione un pochino più carina.

Capitolo 2

Map of achievable performance

Nel capitolo precedente si è mostrata l'importanza dell'handling diagram nello studio di veicoli il cui comportamento stazionario è funzione della sola accelerazione laterale. L'obiettivo che ci si pone adesso è quello di elaborare uno strumento che permetta di estrapolare la stessa quantità di informazioni “globali” nel caso di veicoli con handling curve non unica: ci si chiede se sia possibile farlo visualizzando il modo in cui le variabili di ingresso vengono “mappate” nelle variabili di stato a regime.

2.1 Mappe dallo spazio degli ingressi allo spazio degli stati

Consideriamo adesso il modello veicolo con carichi aerodinamici a centro curva. Il primo passo per ottenere uno strumento efficiente è quello di scegliere delle variabili di stato il più possibile espressive: è noto dalla teoria dei sistemi come la scelta degli stati sia del tutto arbitraria. Non tutte le variabili però permettono di ricavare direttamente e rapidamente le stesse informazioni.

Ad esempio, anziché v ed r si possono impiegare l'*angolo di assetto* β e la *curvatura* ρ definite dalle equazioni (1.1) e (1.2): questa scelta, anche se apparentemente meno intuitiva, è forse più “geometrica” e quindi si presta meglio a caratterizzare il tipo di moto del veicolo. Le espressioni dell'accelerazione laterale e di imbardata diventano, in funzione di β e ρ

$$\begin{aligned}\dot{v} + ur &= u\dot{\beta} + \dot{u}\beta + u^2\rho \\ \dot{r} &= u\dot{\rho} + \dot{u}\rho\end{aligned}\tag{2.1}$$

Gli ingressi del sistema, come discusso nel capitolo precedente, saranno invece l'angolo di sterzo δ e la velocità di avanzamento u .

L'obiettivo che ci poniamo adesso è, definito un modello di veicolo, quello di visualizzare il modo in cui il vettore delle variabili di ingresso (δ, u) viene mappato nel vettore delle variabili di stato (ρ, β) . Si suppone quindi l'esistenza di una certa funzione vettoriale di variabile vettoriale $f(\cdot)$ tale per cui

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \rho \end{bmatrix} = f\left(\begin{bmatrix} \delta \\ u \end{bmatrix}\right)\tag{2.2}$$

La funzione $f(\cdot)$ può essere determinata come segue. Le equazioni di congruenza linearizzate (1.14) possono essere riscritte nelle variabili β e ρ come

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \delta - \beta - a_1\rho \\ \alpha_2 &= -\beta + a_2\rho.\end{aligned}\tag{2.3}$$

Considerando le caratteristiche degli assali con carichi aerodinamici si avrà che, a regime, gli angoli di deriva saranno funzione soltanto dalla forza laterale generata dal corrispondente assale e dal carico verticale agente su di esso.

Le forze laterali saranno a loro volta univocamente determinate dalle equazioni di equilibrio

$$ma_y = F_{y1} + F_{y2}\tag{2.4}$$

$$0 = F_{y1}a_1 - F_{y2}a_2\tag{2.5}$$

e pertanto saranno funzione soltanto dell'accelerazione laterale a_y . Per quanto riguarda i carichi verticali questi saranno, almeno in prima approssimazione, funzione soltanto delle velocità di avanzamento del veicolo u . Pertanto si avrà

$$\alpha_1 = \hat{\alpha}_1[F_{y1}(a_y), F_{z1}(u)] = \alpha_1(a_y, u)\tag{2.6}$$

$$\alpha_2 = \hat{\alpha}_2[F_{y2}(a_y), F_{z2}(u)] = \alpha_2(a_y, u).$$

Rielaborando le equazioni (2.3) si può quindi scrivere

$$\begin{aligned}\alpha_1 - \alpha_2 &= \delta - l\rho \\ \alpha_1 a_2 + \alpha_2 a_1 &= \delta a_2 - l\beta\end{aligned}\tag{2.7}$$

da cui si possono ottenere le variabili di stato a regime ρ e β come funzioni dell'angolo di sterzo e degli angoli di deriva, a loro volta funzione della velocità di avanzamento e della accelerazione laterale

$$\beta = \frac{a_2}{l} \delta - \frac{a_1 \alpha_1(a_y, u) + a_2 \alpha_2(a_y, u)}{l}\tag{2.8}$$

$$\rho = \frac{1}{l} \delta - \frac{\alpha_1(a_y, u) - \alpha_2(a_y, u)}{l}\tag{2.9}$$

Dalle equazioni (2.1), l'accelerazione laterale a regime sarà data da $a_y = u^2 \rho$ per cui, sostituendo e risolvendo in δ e u si ottiene

$$\begin{aligned}\beta &= \beta(\delta, u) \\ \rho &= \rho(\delta, u)\end{aligned}\tag{2.10}$$

che portata in forma vettoriale dà la (2.2).

Una manovra, intesa come una successione di stati di equilibrio, può essere definita univocamente una volta assegnata una successione di (coppie di) variabili di input δ e u . Più formalmente, una volta assegnata una curva nello spazio degli ingressi, a questa corrisponderà, tramite la funzione $f(\cdot)$, una sua immagine nello spazio degli stati. In questo caso, trattandosi di un sistema a due ingressi e due stati, si parla di piani e non di spazi.

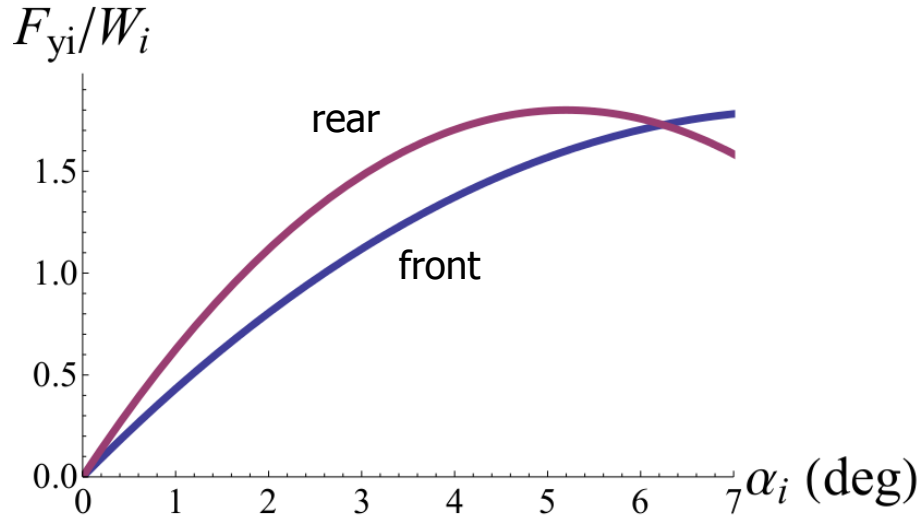


Figura 2.1: Caratteristiche degli assali normalizzate con carichi aerodinamici nulli.

2.1.1 Modello utilizzato

Come primo approccio si è cercato di ottenere un'espressione simbolica della funzione f per visualizzare agevolmente gli effetti di eventuali modifiche al comportamento sovra/sottosterzante del modello veicolo.

Data la difficoltà nel risolvere le equazioni (2.8) e (2.9) in funzione di δ e u si è definito un modello di veicolo molto semplice accettando in questa fase iniziale di ottenere delle informazioni anche soltanto qualitative.

Per facilitarne l'inversione, le caratteristiche degli assali sono state approssimate con delle parabole e soltanto la fase crescente delle caratteristiche è stata considerata. Si è inoltre supposto per semplicità il carico aerodinamico ripartito sui due assali esattamente nella stessa proporzione con cui è ripartito il carico statico. In Fig. 2.1 è riportato l'andamento delle caratteristiche degli assali, normalizzate rispetto al carico statico, nel caso di carichi aerodinamici assenti (velocità nulla): si nota subito come il veicolo a basse velocità sia sempre sottosterzante.

Il carico aerodinamico incrementa ugualmente il valore di picco dei due assali. Di conseguenza, dal momento che il valore dell'angolo di deriva relativo al picco delle due caratteristiche viene mantenuto invariato, anche le rigidezze di deriva aumentano allo stesso modo.

Il veicolo è quindi caratterizzato da un set infinito di handling diagram che sono in realtà delle rette di pendenza sempre decrescente all'aumentare della velocità.

Fatte le dovute premesse, agendo sui due input è possibile definire diverse manovre. Tuttavia, come vedremo nei prossimi paragrafi, le più utili sono quelle in cui si lascia variare un ingresso tenendo l'altro fissato. Così facendo si possono ottenere ad esempio delle manovre ad angolo di sterzo costante o a velocità costante (chiocciolate) o ad accelerazione laterale costante.

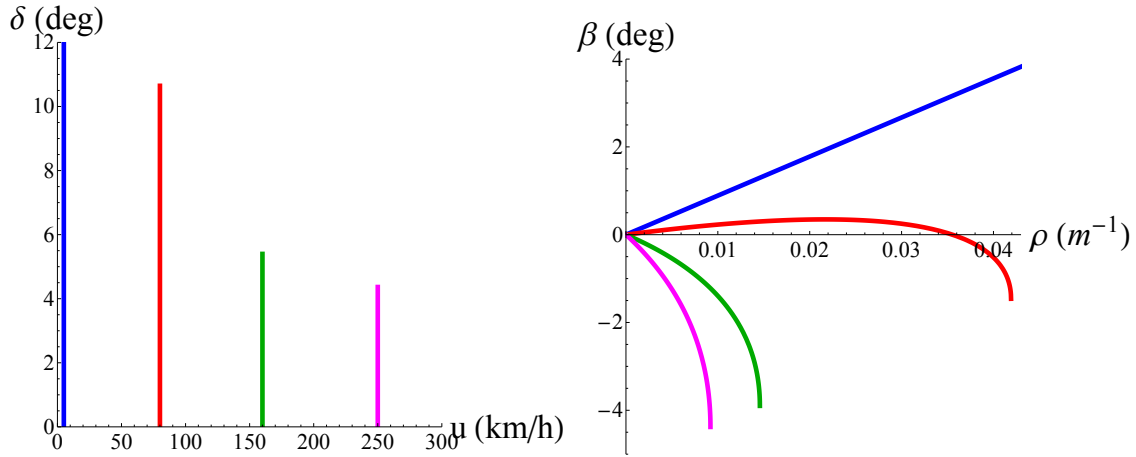


Figura 2.2: Manovre a velocità costante e pari a 5, 80, 160 e 250 km/h.

2.2 Curve a velocità di avanzamento costante

In Fig. 2.2 sono riportate delle manovre ad u costante sul piano degli ingressi e le loro immagini sul piano degli stati.

Le curve in blu rappresentano una chiocciola effettuata ad una velocità di 5 km/h, in condizioni quindi sostanzialmente cinematiche. Si nota come l'immagine sul piano degli stati è praticamente una retta. Infatti man mano che si aumenta l'angolo di sterzo e, quindi, la curvatura della traiettoria, essendo l'accelerazione pari a $u^2\rho$, questa aumenta linearmente con la curvatura. Il coefficiente di proporzionalità, pari ad u^2 è però molto piccolo e l'accelerazione rimane sempre piuttosto contenuta. Il risultato è che l'angolo di assetto è praticamente pari a quello cinematico: questo significa che, considerando la (2.8), il primo termine prende il sopravvento sul secondo.

Effettuando le manovre a velocità più elevata le cose cambiano. Si prendano ad esempio le due curve rosse relative ad una chiocciola effettuata a 80 km/h: adesso u^2 è più elevato e, all'aumentare della curvatura (e quindi di δ), il secondo termine della (2.9) cresce maggiormente rispetto al caso precedente fino a superare in ampiezza il primo termine. Quando ciò avviene l'angolo di assetto β diventa negativo.

Nel caso in cui le chiocciole vengano condotte a velocità più elevate (in Fig. 2.2 se ne riportano una a 160 km/h e una a 250 km/h) il secondo termine ha fin da subito un peso maggiore del primo e l'angolo d'assetto è sempre negativo.

L'andamento delle curve a velocità costante può essere compreso studiando il l'andamento della forza al posteriore: all'aumentare della curvatura l'accelerazione aumenta linearmente e così anche la forza richiesta al retrotreno. A parità di velocità, e quindi di carico verticale, per fornire più forza, l'assale dovrà avere un angolo di deriva più elevato. Dal momento che le ruote posteriori non sono sterzanti, osservando la seconda delle (2.3), l'angolo di deriva dovrà essere generato dalla curvatura e dall'angolo di assetto.

2.2.1 Performance al limite

Le curve a velocità costante danno un'indicazione della massima performance raggiungibile dal veicolo. In pratica, per ciascun valore della velocità, e quindi del carico

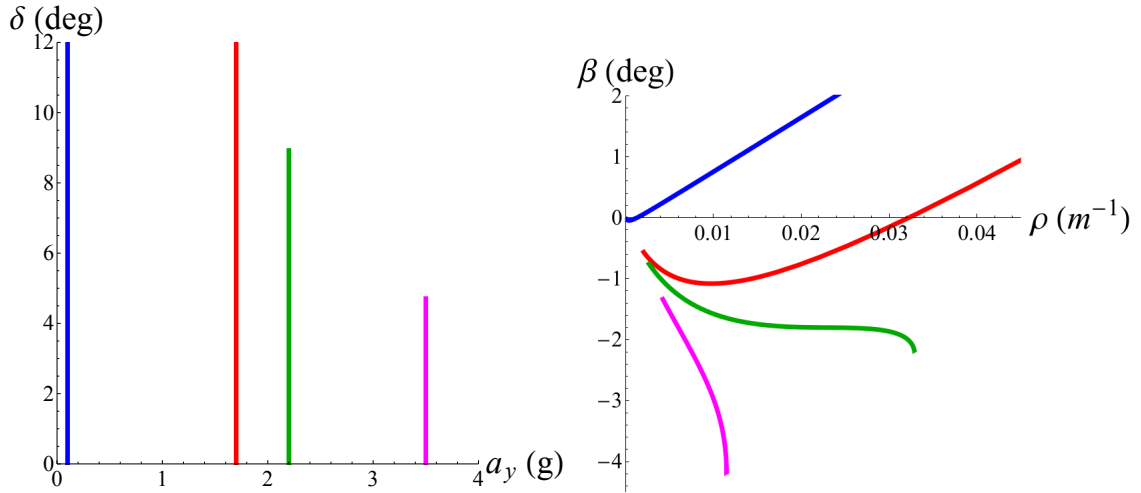


Figura 2.3: Manovra ad accelerazione laterale costante e pari a 0.1, 1.7, 2.2 e 3.5 g.

aerodinamico, è possibile visualizzare la curva “più stretta” percorribile a regime: ciò può essere fatto semplicemente visualizzando la curvatura massima relativa a ciascuna manovra.

2.2.2 Limiti delle curve

Come si nota dalla Fig. 2.2 né le curve sul piano $u - \delta$ né quello sul piano $\rho - \beta$ sono illimitate ma solo alcune regioni sono effettivamente raggiungibili. Tali regioni sono dette appunto “achievable regions”. Per quanto riguarda le due curve blu, dal momento che in quella manovra il veicolo opera in condizioni praticamente cinematiche, esse sono limitate dall’angolo di sterzo massimo δ_{\max} del veicolo.

Il limite delle altre tre curve invece è dettato dal grip massimo disponibile: superato quel limite, aumentando ulteriormente l’angolo di sterzo a velocità costante gli stati del sistema non cambiano, dal momento che le caratteristiche degli assali sono state considerate solo nella fase crescente. Si rimane quindi nel punto estremo delle curve sul piano $\rho - \beta$. Per completezza, le rette che identificano queste tre manovre sul piano degli ingressi sono state tracciate solo fino ai valori dell’angolo di sterzo δ_{\lim} che corrispondono a questo limite.

2.3 Curve ad accelerazione laterale costante

Fin’ora si è supposto di risolvere il sistema composto dalle equazioni (2.8) e (2.9) in funzione di δ e u . La scelta è stata tuttavia del tutto arbitraria. Si sarebbe infatti potuto, in maniera del tutto equivalente, risolvere le equazioni in funzione di δ e a_y .

In questo caso l’equazione (2.2) andrebbe sostituita con la seguente

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \rho \end{bmatrix} = g \left(\begin{bmatrix} \delta \\ a_y \end{bmatrix} \right) \quad (2.11)$$

dove la funzione vettoriale $g(\cdot)$ è composta dalle due funzioni scalari

$$\begin{aligned}\beta &= \tilde{\beta}(\delta, a_y) \\ \rho &= \tilde{\rho}(\delta, a_y)\end{aligned}\tag{2.12}$$

Facendo questo è possibile andare a studiare l'immagine nel piano degli stati, stavolta tramite la funzione $g(\cdot)$, di una certa traiettoria percorsa nel nuovo piano degli ingressi $\delta - a_y$.

Si può pertanto andare ad analizzare, ad esempio, le curve ad accelerazione laterale costante. Tali manovre sono in realtà difficili da realizzare sperimentalmente: si dovrebbe infatti far variare simultaneamente la velocità di avanzamento e la curvatura della traiettoria del baricentro in maniera tale da mantenere costante l'accelerazione laterale. Questa operazione è tuttavia possibile e perfettamente lecita se effettuata a livello simulativo una volta noto il modello del veicolo.

2.3.1 Grip tra pneumatico e asfalto

In Fig. 2.5 sono riportate le curve relative a quattro diverse manovre ad accelerazione laterale costante. La curva in blu corrisponde ad una manovra effettuata ad una accelerazione laterale di 0.1 g, con il veicolo quindi in condizioni essenzialmente cinematiche. In questo caso possono essere fatte considerazioni analoghe al caso di manovra a velocità costante percorsa a 5 km/h.

La curva rossa invece corrisponde ad una manovra effettuata con una accelerazione laterale pari a 1.7 g. Dal momento che, nel modello, il grip μ tra pneumatici e asfalto è stato impostato a un valore pari a 1.8, il veicolo potrà effettuare manovre con questa accelerazione laterale senza "l'aiuto" di carichi aerodinamici. Il risultato è che tutte le curve relative ad accelerazioni laterali (espresse in g) che vanno da 0 a μ incrociano tutte le curve a velocità costante. Esse possono essere infatti effettuate a qualsiasi velocità. Questo fatto è mostrato in Fig. 2.4 dove alle manovre ad a_y costante sono sovrapposte alcune manovre a velocità costante.

Non appena il valore dell'accelerazione laterale in g supera quello del grip, l'andamento della relativa curva ad a_y costante cambia sensibilmente. Si osservi ad esempio la curva relativa ad una manovra ad $a_y = 2.2$ g (in verde). Per effettuare tale manovra, il grip non è sufficiente e si rende necessario un certo carico aerodinamico non nullo $F_{z,a}^{(\min)}$. A tale carico sarà associata una certa velocità $u^{(\min)}$. Il risultato è che la curva verde non incontrerà tutte le curve a velocità costante ma soltanto quelle ad $u \geq u^{(\min)}$, pari in questo caso a 92 km/h.

Un discorso analogo può essere fatto per la curva viola, relativa ad una manovra percorsa a 3.5 g. Per effettuare tale manovra il veicolo necessita di carichi aerodinamici elevati e pertanto la curva ha una pendenza molto elevata e incrocia poche curve ad velocità costante, associate a valori di $u \geq 198$ km/h.

Supponiamo adesso che queste curve siano state ottenute, con una qualche procedura, per via sperimentale: graficando in maniera opportuna le curve ad accelerazione laterale e a velocità costante si ha immediatamente una indicazione del grip disponibile. Questo risultato assume ancora più valore dal momento che questa procedura non richiede neanche la conoscenza né dell'assetto aerodinamico né di qualsiasi altro dato della vettura.

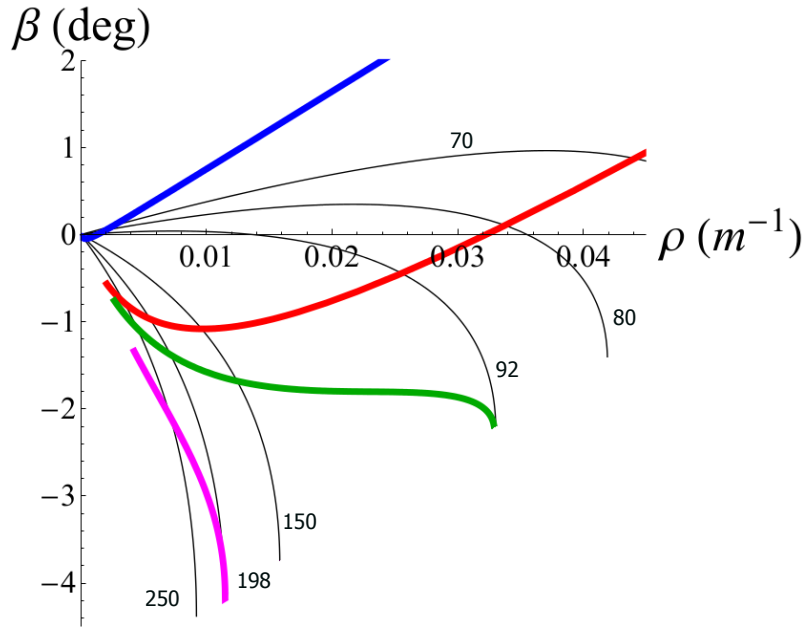


Figura 2.4: Manovra ad accelerazione laterale costante e pari a 0.1, 1.7, 2.2 e 3.5 g. In nero sono riportate alcune manovre a velocità costante.

2.3.2 Limiti delle curve

In maniera simile a quanto discusso per le curve ad u costante, anche quelle ad accelerazione laterale costante hanno dei limiti ben precisi.

Come nel caso precedente, le curve blu e rossa associate a manovre percorse a 0.1 e 1.7 g sono limitate superiormente dall'angolo di sterzo massimo del veicolo. Le linee associate a valori di a_y pari a 2.2 e 3.5 g sono invece limitate dalla massima aderenza disponibile alla velocità $u^{(\min)}$.

In questo caso inoltre, vi è per tutte le manovre anche un limite inferiore: le curve infatti non partono dall'origine del piano $\rho - \beta$ ma da una posizione leggermente spostata verso curvatures positive e angoli di assetto negativi. È infatti necessario, per avere una certa accelerazione laterale, che sia la velocità che la curvatura siano non nulle: ciascun veicolo è tuttavia caratterizzato da una certa velocità massima u_{\max} , dipendente dalla potenza massima del motore. Ciascuna curva associata ad un certo valore di a_y partirà quindi ad una curvatura pari a

$$\rho_{\min} = \frac{a_y}{u_{\max}^2} \quad (2.13)$$

Si nota infatti in Fig. 2.5 e 2.4 come, all'aumentare di a_y , le curve partano da valori di ρ sempre crescenti.

2.4 Curve ad angolo di sterzo costante

Infine anche delle manovre ad angolo di sterzo fissato possono essere definite: mantenendo δ costante, si aumenta l'accelerazione laterale. In una eventuale prova sperimentale l'accelerazione laterale potrebbe essere aumentata indirettamente agendo sulla velocità u .

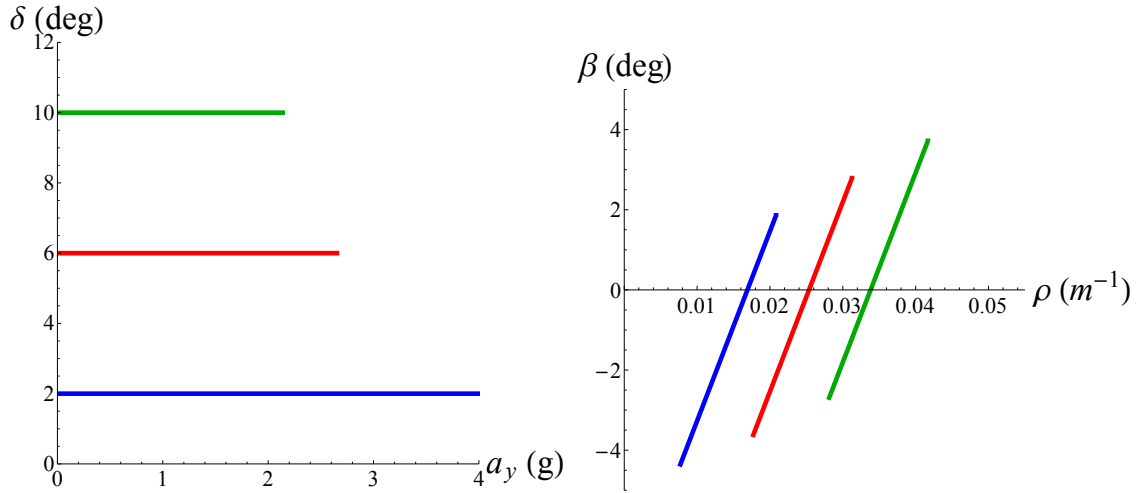


Figura 2.5: Manovra a angolo di sterzo costante e pari a 2, 6 e 10°.

In Fig. 2.3 sono riportate delle curve relative a tre diverse manovre con δ pari a 2, 6 e 10° insieme con la loro immagine tramite la funzione $g(\cdot)$ sul piano degli stati.

2.4.1 Comportamento sovra/sottosterzante

Nel paragrafo precedente si è analizzato il caso di manovre ad accelerazione laterale costante e si è osservato come, all'aumentare di u o di a_y , le curve si spostino sempre di più verso zone ad angolo di assetto negativo.

Osservando le curve ad angolo di sterzo costante possiamo pertanto dire che, aumentando l'accelerazione laterale ad angolo di sterzo fissato, la curvatura della traiettoria del baricentro diminuisce. Questo fenomeno suggerisce una connessione tra curve a δ costante e comportamento sovra/sottosterzante del veicolo. In effetti è esattamente la definizione di *gradiente di curvatura* data in [3]

$$K_\rho = - \left[\frac{\partial \rho}{\partial a_y} \right]_{\delta=\text{cost.}}. \quad (2.14)$$

È possibile quindi, data la conformazione delle curve ad a_y costane, decidere immediatamente sul comportamento sovra/sottosterzante semplicemente osservando le curve ad angolo di sterzo costante. Il veicolo, in un certo stato di equilibrio $(\bar{\rho}, \bar{\beta})$, sarà pertanto

- *sottosterzante* se la curva a δ costante passante per quel punto ha pendenza positiva;
- *sovrasterzante* se la curva a δ costante passante per quel punto ha pendenza negativa;
- *neutro* se la curva a δ costante passante per quel punto è verticale.

Il veicolo è sempre sottosterzante, come era prevedibile alla luce delle considerazioni fatte nella sezione 2.1.1.

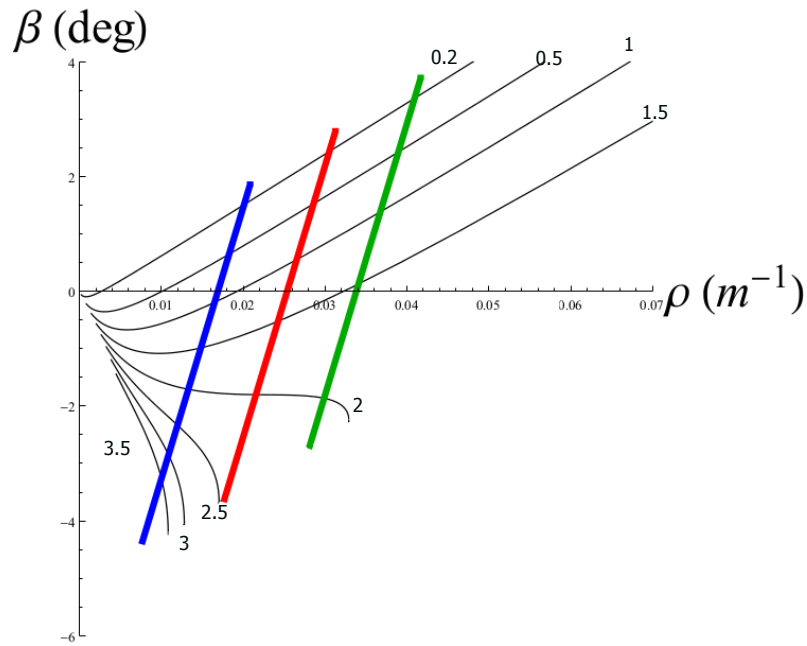


Figura 2.6: Manovre a angolo di sterzo costante e pari a 2, 6 e 10°. In nero sono riportate alcune manovre ad a_y costante.

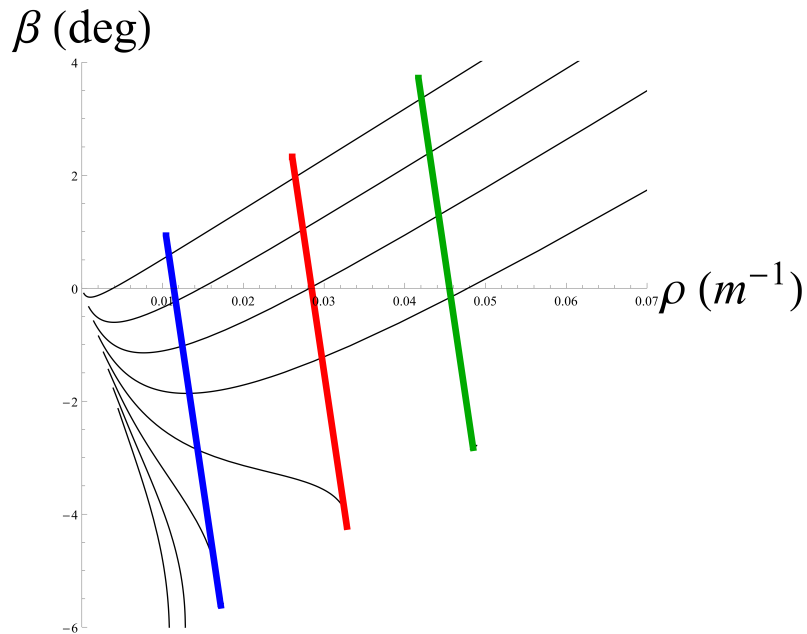


Figura 2.7: Manovre a angolo di sterzo costante e pari a 2, 6 e 10° per un veicolo sempre sovrasterzante. In nero sono riportate alcune manovre ad a_y costante.

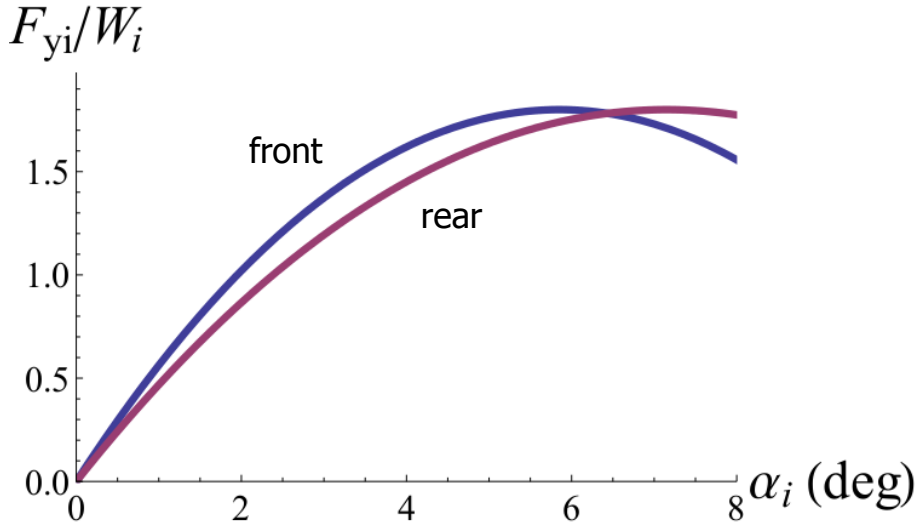


Figura 2.8: Caratteristiche degli assali normalizzate con carichi aerodinamici nulli nel caso di veicolo sempre sovrasterzante.

A riprova della bontà delle affermazioni fatte fino ad adesso, in Fig. 2.7 si riportano le curve relative alle stesse manovre effettuate questa volta da un veicolo *sempre sovrasterzante*. Tale veicolo è basato sempre sul semplice modello definito in precedenza in cui si sono invertiti i valori degli angoli di deriva relativi al picco delle caratteristiche dei due assali. Le caratteristiche dei due assali normalizzate rispetto al carico statico in assenza di carichi aerodinamici sono riportate in Fig. 2.8.

Infine, come caso estremo, le caratteristiche dei due assali sono state modificate ulteriormente fino a farle coincidere perfettamente. Considerando come è stata modellata l'interazione con i carichi aerodinamici, questa condizione sarà verificata per qualsiasi valore della velocità. In termini di handling diagram, il veicolo sarà caratterizzato da una serie di rette a pendenza nulla (naturalmente, all'aumentare di u varierà l'estensione di queste rette sull'asse a_y).

Quello che ci si aspetta è quindi che il veicolo abbia un comportamento *neutro* in qualsiasi configurazione di regime e a qualsiasi velocità. In effetti, come riportato in Fig. 2.9 i risultati ottenuti sono coerenti: le curve, relative alle stesse manovre effettuate con il veicolo sottosterzante e sovrasterzante, sono delle rette verticali. Questo significa che, partendo da un qualsiasi equilibrio e aumentando l'accelerazione laterale del veicolo, la curvatura della traiettoria del baricentro rimane invariata.

Alla luce delle considerazioni fatte fin'ora, si può affermare che le MAP rappresentano una interessante estensione dell'handling diagram al caso di veicoli il cui comportamento stazionario è dipendente dalla manovra effettuata. L'unica aspetto che non è stato ancora trattato è quello della stabilità. Nella prossimo paragrafo si vedrà come le MAP permettano di decidere anche se una certa configurazione di equilibrio è stabile o meno.

2.4.2 Stabilità

Nel capitolo precedente si è introdotto il modello monotraccia di veicolo e si è mostrata una condizione necessaria e sufficiente per la stabilità di una data configurazione di

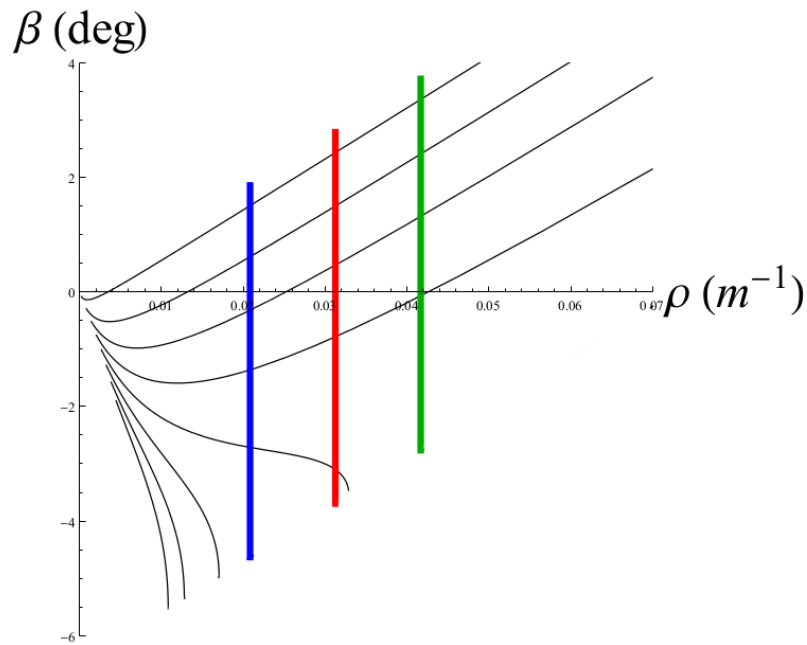


Figura 2.9: Manovre a angolo di sterzo costante e pari a 2, 6 e 10° per un veicolo sempre neutro. In nero sono riportate alcune manovre ad a_y costante.

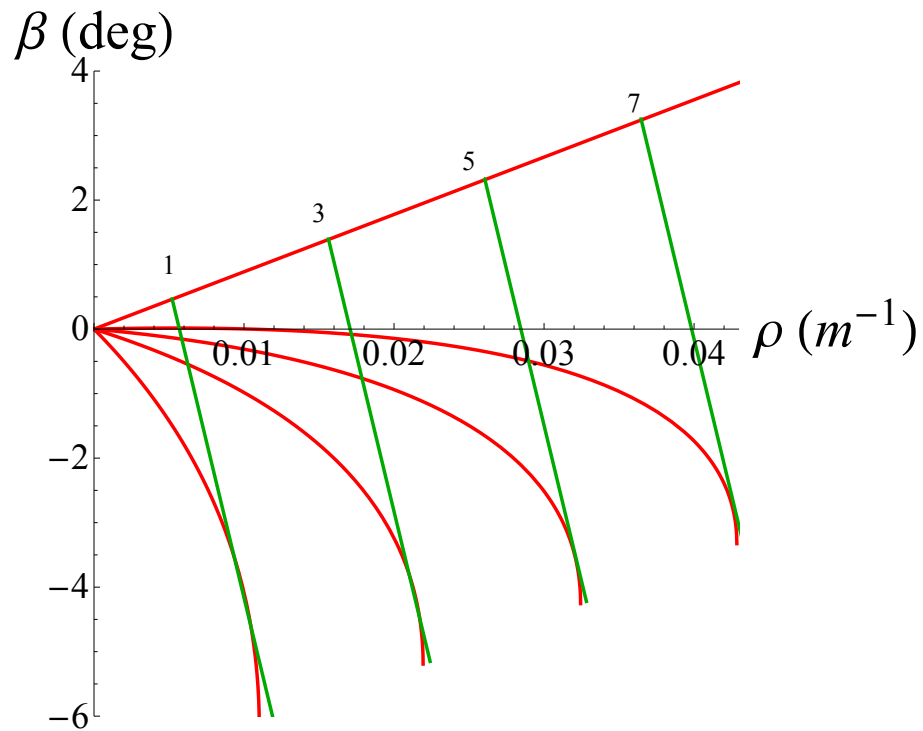


Figura 2.10: Legame tra curve a velocità e angolo di sterzo costante e stabilità del veicolo.

equilibrio. È stato mostrato nella (1.28) come gli autovalori della matrice dinamica del linearizzato abbiano parte reale positiva se e solo se si verifica la seguente condizione

$$\left[\frac{\partial \delta}{\partial(l/R)} \right]_{u=\text{cost.}} > 0. \quad (2.15)$$

Considerando la definizione di curvatura e il fatto che il passo del veicolo è una quantità costante e sempre positiva, la condizione di cui sopra può essere riscritta come

$$\left[\frac{\partial \delta}{\partial \rho} \right]_{u=\text{cost.}} > 0. \quad (2.16)$$

Si ricorda come la condizione di comportamento sovrasterzante sia necessaria per l'instabilità di una certa condizione di equilibrio. Si prenda quindi un punto sul piano degli stati in cui il veicolo ha comportamento sovrasterzante. Quel punto sarà generato da una coppia di ingressi δ e u e sarà pertanto il punto di intersezione delle relative curve a sterzo e velocità costante. La derivata 2.16 si annulla quando, a velocità costante, è possibile incrementare la curvatura della traiettoria senza aumentare l'angolo di sterzo.

Ciò si verifica quando le due curve a δ e ad u costante hanno esattamente la stessa pendenza nel punto di intersezione.

Supponendo infatti di percorrere una manovra a velocità costante, nella zona stabile, si avrà che per aumentare progressivamente la curvatura sarà necessario aumentare anche l'angolo di sterzo. A riprova di questo fatto si noti come, in questa zona, le curve a u costante intersechino linee relative ad angoli di sterzo sempre maggiori. Nel momento in cui le due curve diventano tangenti però, sempre aumentando la curvatura a velocità costante, l'angolo di sterzo associato non dovrà più aumentare ma rimanere costante. Nella zona in cui il veicolo è instabile si avrà che, per aumentare la curvatura a velocità costante, sarà necessario diminuire l'angolo di sterzo (la curva a u costante interseca curve relative ad angoli di sterzo sempre minori).

In Fig.2.10 è riportato un esempio di handling map relativa ad un veicolo sempre sovrasterzante in cui sono evidenziate, alle varie velocità, le condizioni in cui il veicolo diventa instabile: naturalmente, all'aumentare della velocità sono sufficienti curvature e angoli di sterzo sempre minori per rendere instabile il veicolo.

Come visto con l'handling diagram, anche in questo caso è possibile definire una frontiera di stabilità formata stavolta dall'involuppo dei punti in cui le curve a δ e ad u costante sono tangenti. [metti una figurina con la frontiera di stabilità] Al di sotto di questa curva tutte le punti rappresenteranno condizioni di equilibrio instabile.

Occorre infine precisare che queste considerazioni sono valide solo se, come in questo caso, si considerano le caratteristiche dei due assali unicamente nel tratto crescente come richiesto dalla (1.28).

In questa sezione si è mostrato come le MAP possano essere un efficace strumento per l'analisi delle caratteristiche di stabilità di un veicolo. In particolare si è visto come sia di fondamentale importanza lo studio dell'andamento della curvatura della traiettoria in funzione dell'angolo di sterzo. Ciò suggerisce la possibilità di tralasciare il comportamento dell'angolo di assetto e di analizzare soltanto l'andamento di ρ in funzione degli ingressi.

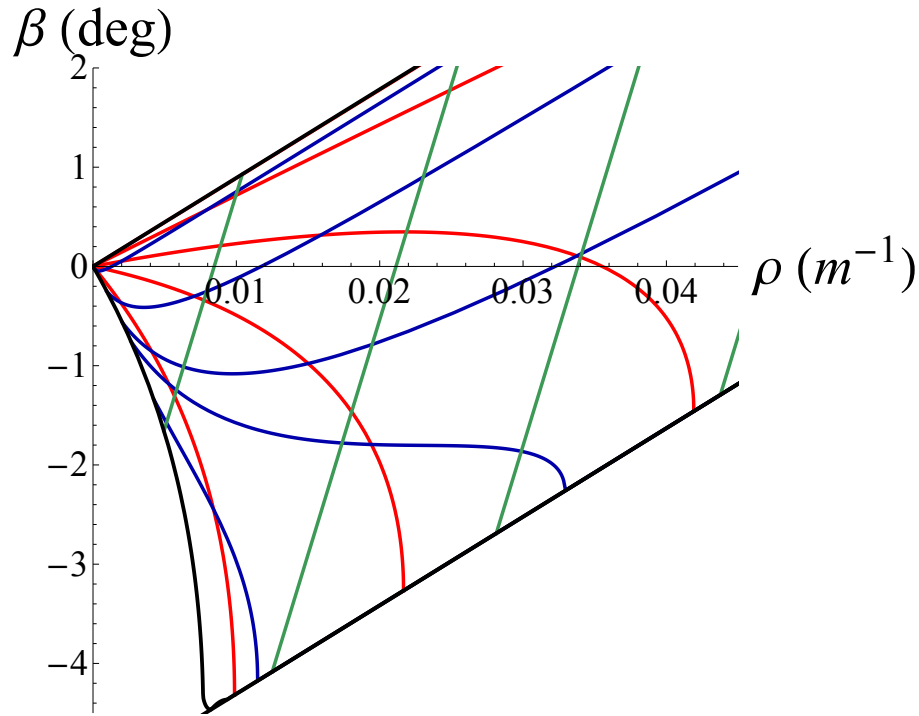


Figura 2.11: Handling map per il modello di veicolo proposto.

2.4.3 Limiti delle curve

Come per le altre manovre, anche in questo caso le curve non sono illimitate ma solo alcune regioni del piano degli stati possono essere raggiunte. Consideriamo tutti e tre i casi di veicolo sottosterzante, sovrasterzante e neutro.

In tutti e tre i casi le curve sono delimitate superiormente dalla condizione di veicolo cinematico (manovra a velocità nulla) e dalla parte degli angoli di assetto negative invece dall'aderenza massima (*grip limited*).

Unica eccezione è la curva blu associata ad una manovra effettuata a $\delta = 2^\circ$ dal veicolo sottosterzante: con questo valore dell'angolo di sterzo è possibile spingersi fino alla velocità massima consentita dal motore senza arrivare al limite di aderenza dei pneumatici (manovra *power limited*).

2.5 Map of achievable performance

Fin'ora si sono analizzate singolarmente le curve a velocità, accelerazione laterale e angolo di sterzo costante. Nulla vieta però di sovrapporle in un unico grafico ottenendo così la cosiddetta *handling map* (Fig. 2.11).

Ricapitolando le considerazioni fatte nella precedenti sezioni, l'andamento delle curve che compongono le MAP permette di definire compiutamente il comportamento a regime del veicolo. La prestazione massima può essere valutata in base alla massima ascissa delle curve ad u costante. Il valore del grip può essere stimato osservando le curve ad accelerazione laterale costante: fra quelle che incrociano tutte le curve a u costante sarà sufficiente prendere quella a valore maggiore \bar{a}_y e avremo $\mu = \bar{a}_y/g$.

Infine, per decidere se in una certa configurazione di equilibrio (β, ρ) il veicolo è sottosterzante o sovrasterzante è sufficiente osservare la pendenza delle curva ad angolo di sterzo costante: si avrà sottosterzo (sovrasterzo) se la tangente alla curva avrà pendenza positiva (negativa).

Le varie curve sono confinate in una regione del piano degli stati (*achievable region*) determinata da limiti ben precisi. Tali limiti (evidenziati in nero in Fig.2.11) rappresentano:

- la velocità minima che il veicolo può raggiungere (pari alla velocità nulla), in alto. Tale limite rappresenta in effetti una manovra a velocità costante con u che tende a zero e definisce gli stati relativi al veicolo in condizioni cinematiche;
- la velocità massima u^{\max} , a sinistra. Questo limite rappresenta una manovra a velocità costante $u = u_{\max}$ determinata dalla potenza massima del motore e dalla resistenza all'avanzamento del veicolo;
- l'accelerazione laterale massima a_y^{\max} , in basso. Come visto precedentemente, il valore di a_y^{\max} aumenta all'aumentare della velocità di avanzamento e dipende dal grip tra asfalto e pneumatico.

A questi vincoli si aggiunge quello meccanico relativo all'angolo di sterzo massimo δ^{\max} , non riportato in figura.

Gli stati a regime del veicolo, al variare degli ingressi del pilota, rimarranno pertanto confinati in questa regione del piano.

Di tutti questi limiti, sicuramente il più importante (e limitante per il tempo sul giro) in una Formula 1 è quello relativo alla accelerazione laterale massima e merita un discorso a parte. A regime le forze laterali sono determinate dalla sola accelerazione laterale e, risolvendo le equazioni di equilibrio, hanno la seguente espressione

$$\begin{aligned} F_{y1} &= \frac{a_2}{l} m a_y \\ F_{y2} &= \frac{a_1}{l} m a_y. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Le forze laterali massime fornibili dagli assali, funzione della velocità, sono invece date in prima approssimazione da

$$F_{y1}^{\max}(u) = \mu \left(\frac{a_2}{l} m g + \frac{1}{2} \rho S_1 C_{z1} u^2 \right) \quad (2.18)$$

$$F_{y2}^{\max}(u) = \mu \left(\frac{a_1}{l} m g + \frac{1}{2} \rho S_2 C_{z2} u^2 \right) \quad (2.19)$$

dove si è supposto che avantreno e retrotreno siano nelle medesime condizioni di aderenza.

Invertendo le (2.17) possiamo ottenere le espressioni di a_y in funzione delle due forze laterali

$$\begin{aligned} a_y &= \frac{l}{m a_2} F_{y1} \\ a_y &= \frac{l}{m a_1} F_{y2} \end{aligned} \quad (2.20)$$

da cui possiamo definire l'accelerazione laterale massima per una data velocità

$$a_y^{\max} = \min_{i=1,2} \frac{l}{m(l - a_i)} F_{y_i}^{\max}(u) \quad (2.21)$$

In pratica, data una certa velocità di avanzamento, l'accelerazione laterale sarà limitata dall'assale che raggiungerà per primo il limite di aderenza.

Non è detto che l'assale limitante sia sempre lo stesso per tutto il range di velocità e infatti in genere in un veicolo di Formula 1 non è così: tipicamente infatti il bilanciamento aerodinamico è maggiormente sbilanciato verso il posteriore rispetto alla distribuzione dei pesi. Il risultato è che, all'aumentare della velocità, a_y^{\max} è sempre più limitata dall'anteriore.

Nel modello di veicolo utilizzato per realizzare la mappa in Fig. 2.11, per ottenere in forma chiusa le funzioni $f(\cdot)$ e $g(\cdot)$, i carichi aerodinamici sono stati considerati distribuiti nella stessa proporzione dei carichi verticali derivanti dalla forza peso, ossia

$$\frac{S_1 C_{z_1}}{S_2 C_{z_2}} = \frac{a_2}{a_1}. \quad (2.22)$$

Il risultato è che, per ogni valore della velocità si ha

$$\frac{l}{ma_2} F_{y_1}^{\max}(u) = \frac{l}{ma_1} F_{y_2}^{\max}(u) \quad (2.23)$$

e, per $a_y = a_y^{\max}$, il picco viene raggiunto su entrambi gli assali contemporaneamente.

Il fatto che in Fig. 2.11 il limite sul piano degli stati dato dalla a_y^{\max} sia una retta non è da ritenersi pertanto un risultato di carattere generale ma vale solo in questo particolare caso.

2.6 Mappe sul piano angolo di sterzo - curvatura

Qualora si fosse interessati ad analizzare unicamente le caratteristiche di stabilità e il comportamento sovra/sottosterzante del veicolo il concetto di mappa dal piano degli ingressi al piano degli stati discusso nei paragrafi precedenti potrebbe essere opportunamente modificato. Si supponga infatti di trascurare il comportamento dell'angolo di assetto β prendendo soltanto la seconda delle 2.10 e la seconda delle 2.12.

Ci si pone l'obiettivo di analizzare su un opportuno piano l'andamento della curvatura della traiettoria del baricentro al variare dell'angolo di sterzo. Il fatto che ρ sia funzione di due variabili non costituisce un problema. Sarà infatti sufficiente fissare il valore di $u = \bar{u}$ o di $a_y = \bar{a}_y$, facendo variare l'angolo di sterzo, riprendendo così il concetto di manovra definito precedentemente. Andremo pertanto a studiare l'andamento delle funzioni

$$\rho = \rho(\delta, \bar{u}) \quad \text{per} \quad \bar{u} = \bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n \quad (2.24)$$

$$\rho = \tilde{\rho}(\delta, \bar{a}_y) \quad \text{per} \quad \bar{a}_y = \bar{a}_{y_1}, \dots, \bar{a}_{y_n} \quad (2.25)$$

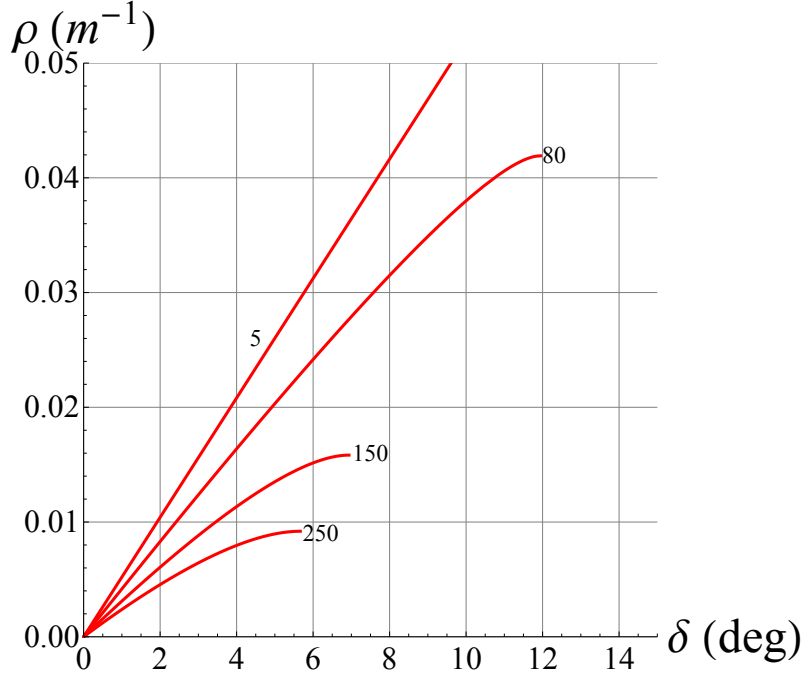


Figura 2.12: Curve ad u costante sul piano $\delta - \rho$ per un veicolo sempre sottosterzante.

2.6.1 Manovre a velocità costante e stabilità

Si ricorda come l'ipotesi di comportamento sottosterzante sia condizione sufficiente per decidere sulla asintotica stabilità di un certo stato di equilibrio. A questo proposito, in Fig. 2.12 è riportato, relativamente ad un veicolo sempre sottosterzante, l'andamento della funzione (2.24) per $\bar{u} = 5, 80, 150$ e 250 km/h.

Sul piano angolo di sterzo - curvatura la condizione (2.16) è verificata fintantoché la pendenza delle curve in Fig. 2.12 è positiva e finita. Questo assicura che gli autovalori del linearizzato siano entrambi nel semipiano complesso sinistro.

In Fig. 2.13 sono riportate le curve relative alle stesse manovre a velocità costante effettuate, questa volta, da un veicolo con comportamento sempre sovrasterzante. L'annullamento della derivata (2.16) si verifica quando la tangente a ciascuna delle curve diventa verticale. Su questo piano si nota bene come, una volta verificata questa condizione il comportamento stazionario sia quello tipico di un veicolo instabile. Per aumentare ulteriormente la curvatura della traiettoria a velocità costante sarà infatti necessario diminuire l'angolo di sterzo.

Si riprenda in considerazione la regione in cui il veicolo è stabile. Interessante notare come la pendenza delle curve aumenti sempre all'aumentare della velocità. Ciò significa che percorrendo una traiettoria caratterizzata da una certa curvatura, ad un certo aumento dell'angolo di sterzo corrisponderà un aumento di ρ sempre maggiore all'aumentare della velocità con cui la si percorre. Questo comportamento controintuitivo spiega come mai in genere si cerchi un setup vettura tale da rendere il veicolo sempre leggermente sottosterzante.

Le curve a velocità costante relative ai veicoli sovrasterzante e sovrasterzante sono infine messe a confronto in Fig. 2.14. Si noti come la curva relativa alla manovra percorsa a 5 km/h rimanga sostanzialmente invariata nei due casi. È noto infatti

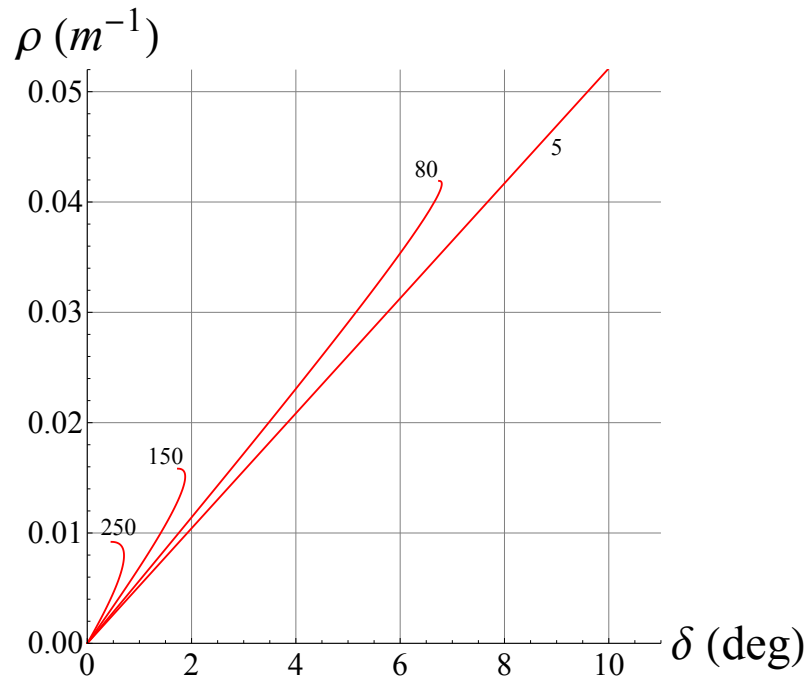


Figura 2.13: Curve ad u costante sul piano $\delta - \rho$ per un veicolo sempre sovrasterzante.

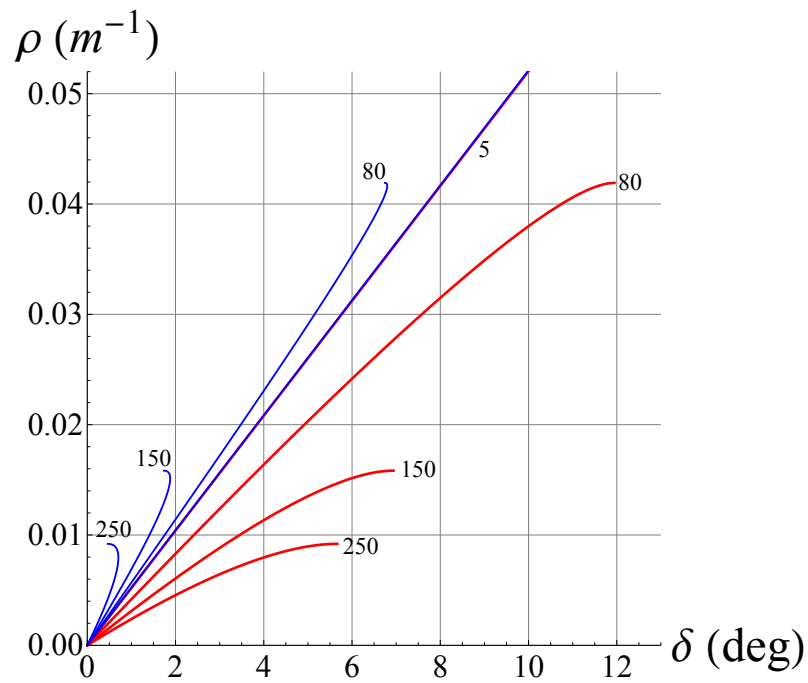


Figura 2.14: Curve ad u costante sul piano $\delta - \rho$: confronto tra veicolo sotto e sovrasterzante.

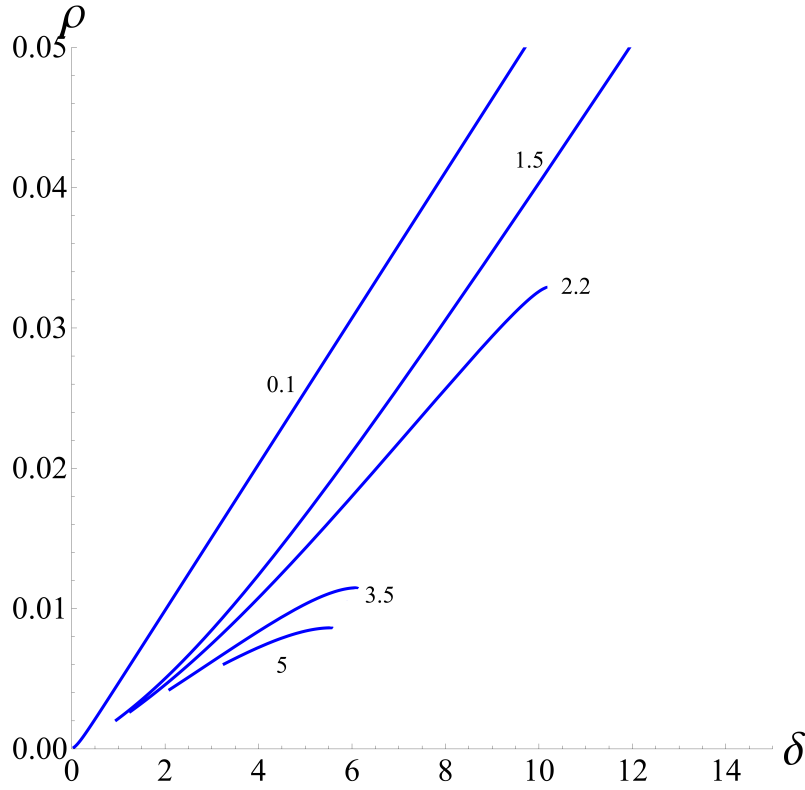


Figura 2.15: Curve ad a_y costante sul piano $\delta - \rho$ per un veicolo sempre sottosterzante.

come il comportamento “cinematico” di un veicolo non sia influenzato dalle sue caratteristiche sovra/sottosterzanti. Più formalmente, si consideri l’equazione (2.9): per velocità (e quindi accelerazioni) tendenti a zero anche gli angoli di deriva tenderanno a zero e pertanto il legame tra curvatura e angolo di sterzo potrà essere approssimato con

$$\rho \simeq \delta/l. \quad (2.26)$$

Difatti la pendenza della curva relativa a $u = 5 \text{ km/h}$ è proprio pari all’inverso del passo del veicolo.

Come discusso precedentemente nel caso delle mappe sul piano degli stati, le manovre a velocità costante non sono limitate dal raggiungimento del picco della caratteristica dell’assale anteriore o posteriore (in questo caso di entrambi contemporaneamente, per come è stato definito il modello).

2.6.2 Manovre ad accelerazione laterale costante e sottosterzo

È possibile infine definire anche delle manovre ad accelerazione laterale costante sulla base dell’equazione (2.25) e riportare sul piano $\delta - \rho$ le relative curve.

Sulla base del concetto di gradiente di curvatura ripreso nell’equazione (2.14), il veicolo in Fig. 2.15 avrà un comportamento sempre sottosterzante. Si prenda infatti una qualsiasi retta verticale, che rappresenta una manovra ad angolo di sterzo fissato. Muovendoci su questa curva per valori di accelerazione crescenti, cioè dall’alto verso

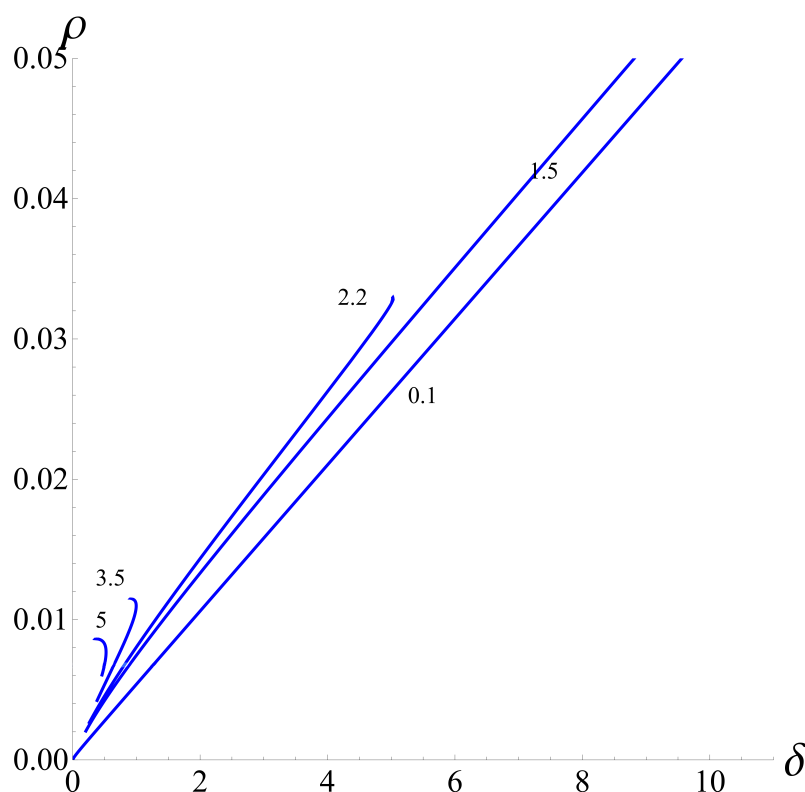


Figura 2.16: Curve ad a_y costante sul piano $\delta - \rho$ per un veicolo sempre sovrasterzante.

il basso, si osserva un decremento della curvatura: il gradiente di curvatura sarà pertanto positivo.

Discorso opposto per il veicolo in Fig. 2.16. In questo caso infatti, aumentando progressivamente l'accelerazione laterale ad angolo di sterzo costante, la curvatura della traiettoria del baricentro aumenta sempre: il veicolo è quindi sempre sovrasterzante.

Chiaramente le considerazioni fatte in grande per questi due esempi valgono, in generale, solo localmente. Tipicamente infatti, al variare della configurazione di equilibrio, un stesso veicolo può avere un comportamento sottosterzante o sovrasterzante.

Molte delle considerazioni fatte in precedenza per le mappe sul piano degli stati possono essere ripetute anche per le mappe sul piano sterzo - curvatura. Si osservi la Fig. 2.17 nella quale si sono in pratica sovrapposte le curve di Fig. 2.12 e 2.15.

Si nota come le prime due curve blu, relative a manovre effettuate con $a_y = 0.1$ e 1.5 g incrocino tutte le curve a velocità costante, dal momento che il grip è stato impostato su un valore pari a 1.8. Come detto in precedenza, all'aumentare di a_y le curve blu intersecheranno sempre meno curve a velocità costante. Per sopportare quelle accelerazioni laterali il grip non sarà più sufficiente e si renderanno necessari carichi aerodinamici, e velocità, sempre crescenti.

Anche su questo piano le curve saranno vincolate a rimanere dentro una certa *achievable region*. Tale regione è determinata dalle linee nere che rappresentano rispettivamente:

- a sinistra la velocità minima pari alla velocità nulla;

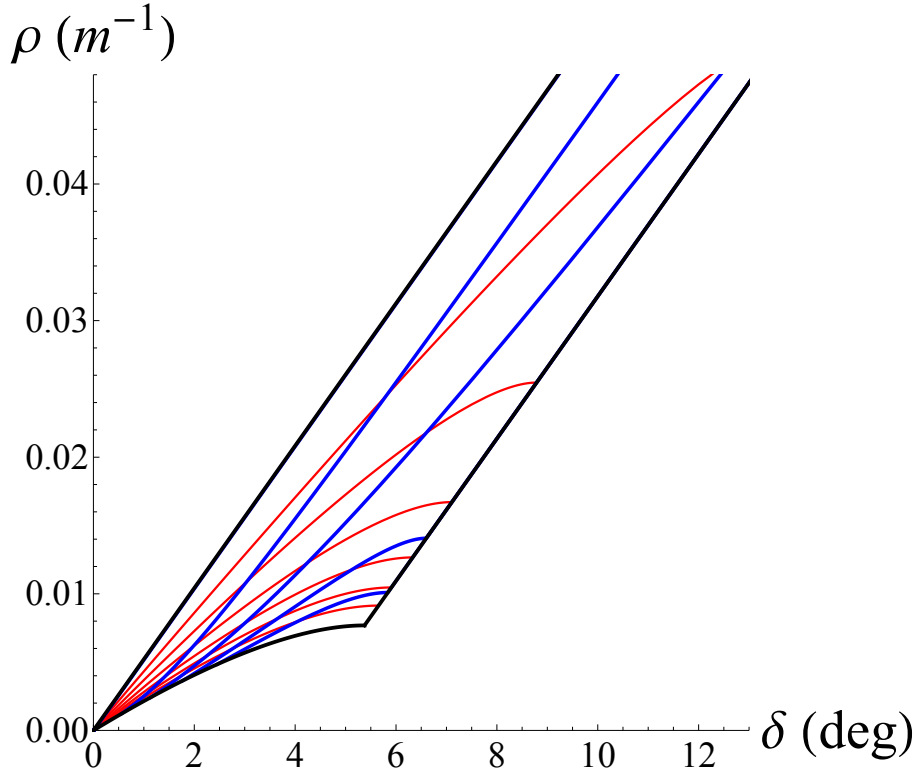


Figura 2.17: Mappa sul piano $\delta - \rho$ per un veicolo sempre sottosterzante: in blu le curve ad a_y costante e in rosso le curve a u costante.

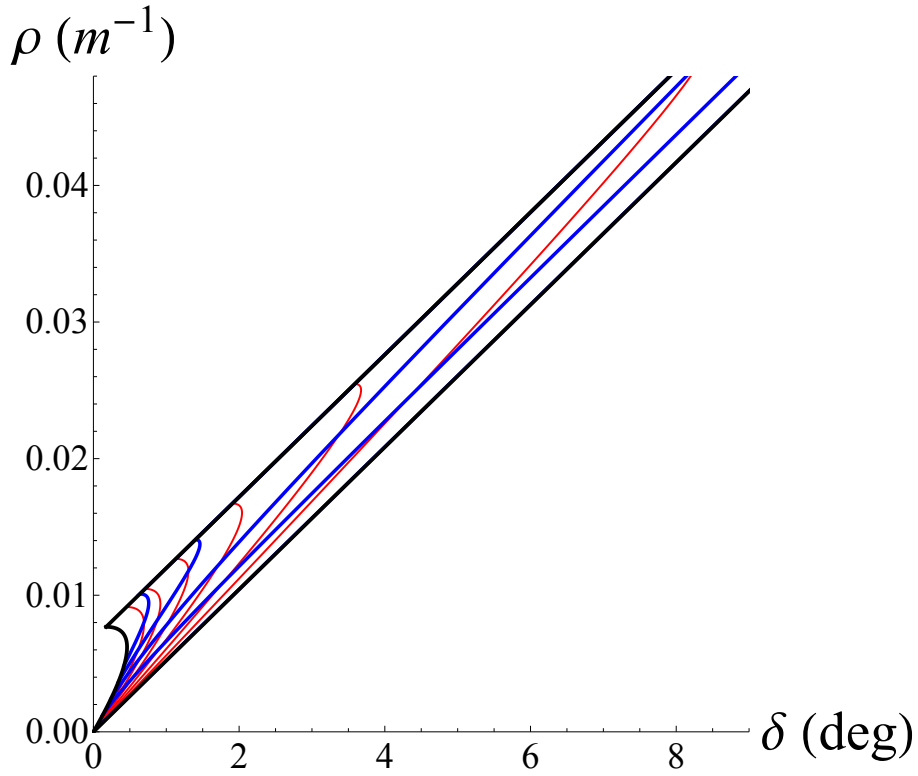


Figura 2.18: Mappa sul piano $\delta - \rho$ per un veicolo sempre sovrasterzante: in blu le curve ad a_y costante e in rosso le curve a u costante.

- a destra il limite imposto dal grip. Quando il veicolo si trova all'equilibrio su questa curva (il fatto che in Fig. 2.17 sia una retta rappresenta un caso particolare) significa che è stato raggiunto il picco della caratteristica di uno dei due assali relativamente a quella velocità;
- in basso la velocità massima raggiungibile dal veicolo che limita pertanto l'entità dei carichi aerodinamici. Come detto per le mappe nel piano degli stati, le curve ad a_y costante partono tutte da questo limite con un valore di ρ definito dalla (2.13);
- in alto (non mostrato in figura) il limite imposto dal massimo angolo di sterzo del veicolo. Questo vincolo sarà rappresentato da una retta verticale.

Discorsi analoghi potrebbero essere fatti per la mappa riportata in Fig. 2.18 dove si sono sovrapposte le curve di Fig. 2.13 e 2.16. La caratteristica sempre sovrasterzante del veicolo fa sì che il vincolo imposto dal grip sia in questo caso spostato a sinistra rispetto a quello imposto dalla condizione cinematica.

2.7 MAP per un veicolo senza carichi aerodinamici

Nel corso di questo capitolo si sono definite e descritte le MAP sul piano degli stati e sul piano $\delta - \rho$ relativamente a un veicolo dotato di carichi aerodinamici. Ci si chiede adesso come queste mappe possano rappresentare l'handling di un veicolo "tradizionale", tale per cui il suo comportamento stazionario sia funzione della sola accelerazione laterale.

In Fig. 2.19 e 2.20 sono riportate le mappe sul piano $\delta - \rho$ e sul piano $\rho - \beta$ relativamente al caso di veicolo sottosterzante e privo di carichi aerodinamici.

Naturalmente l'assenza di carichi aerodinamici limita il valore dell'accelerazione laterale (in g) ad un valore $a_y^{\max} = \mu$. Il set di linee ad a_y costante si estenderà pertanto fino a questo valore. Equivalentemente, rispetto al caso precedente, nelle manovre a velocità costante si raggiungono valori della curvatura molto minori.

Le curve ad accelerazione laterale costante si sono inoltre tramutate in rette. Questo non deve stupire: senza carichi aerodinamici il veicolo può raggiungere qualsiasi valore dell'accelerazione laterale da zero ad a_y^{\max} a prescindere dalla velocità di avanzamento. Ecco che allora tutte le curve ad a_y costante incroceranno l'intero set di curve ad u costante. Avranno pertanto circa lo stesso andamento delle curve relative a basse accelerazioni del caso di veicolo con carichi aerodinamici.

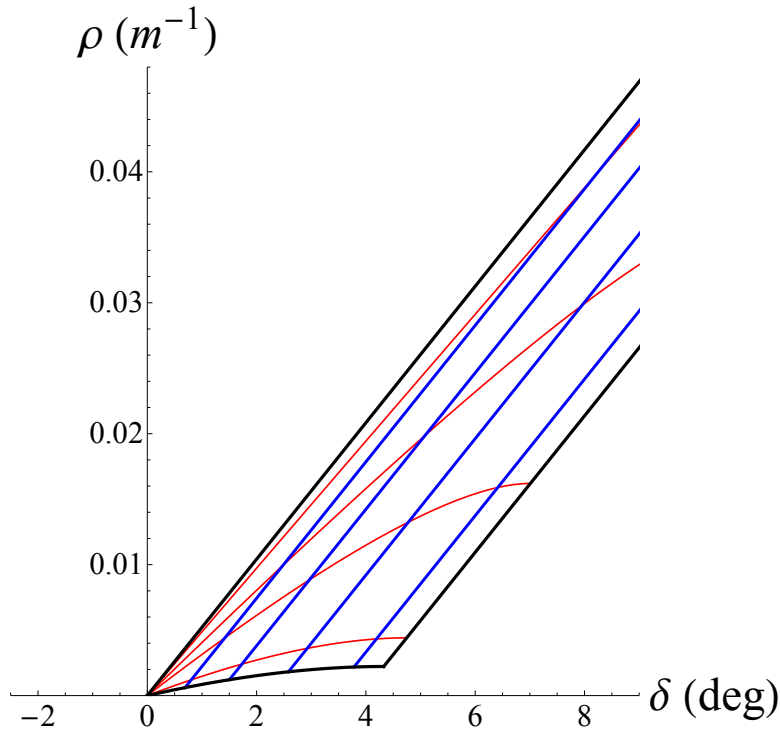


Figura 2.19: Mappe sul piano $\delta - \rho$ relative ad un veicolo sempre sottosterzante e privo di carichi aerodinamici. In blu, da sinistra verso destra, curve relative ad $a_y = 0.5, 1, 1.5$ e 1.7 g. In rosso, dall'alto verso il basso, curve relative a $u = 5, 40, 80, 150, 230$ km/h.

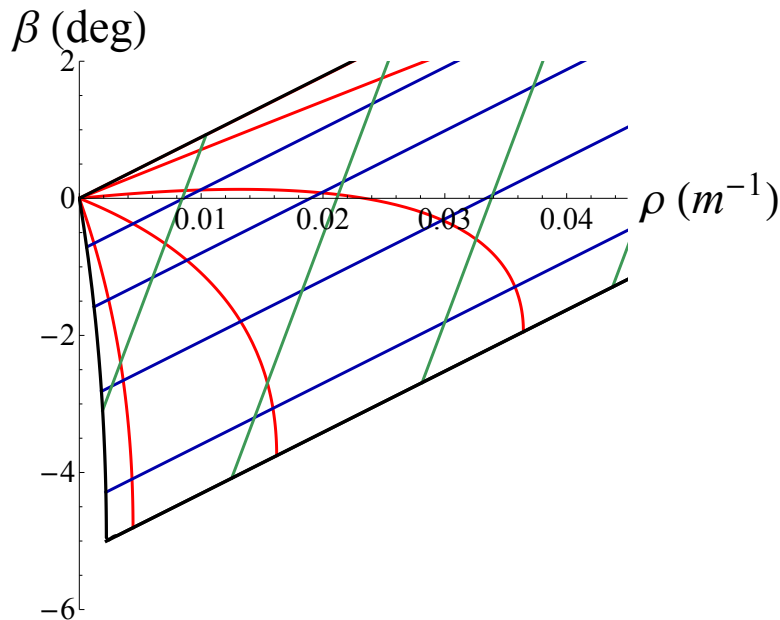


Figura 2.20: Mappe sul piano $\rho - \beta$ relative ad un veicolo sempre sottosterzante e privo di carichi aerodinamici. In blu, dall'alto verso il basso, curve relative ad $a_y = 0.5, 1, 1.5$ e 1.7 g. In rosso, dall'alto verso il basso, curve relative a $u = 5, 40, 80, 150, 230$ km/h.

Capitolo 3

Map of achievable performance: il caso di una Formula 1

Nel precedente capitolo si è introdotto il concetto di MAP come applicazione dal piano degli ingressi al piano degli stati. È stato poi elaborato un semplice modello di veicolo dotato di carichi aerodinamici per il quale è stato possibile ottenere in forma chiusa questa applicazione. Tale funzione è stata poi utilizzata per mappare alcune semplici sequenze di ingressi sul piano degli stati. È stato ampiamente discusso come l'immagine di queste manovre permetta di analizzare il comportamento stazionario del veicolo sotto tutti gli aspetti: stabilità, comportamento sovra/sottosterzante, prestazione massima.

In questo capitolo verranno illustrate e discusse le mappe relative ad un modello di veicolo da Formula 1, ritenuto molto realistico, in possesso di Ferrari Spa. Il notevole livello di dettaglio di questo modello rispetto a quello su cui sono basate le mappe discusse nel precedente capitolo rende proibitivo l'ottenimento in forma chiusa delle funzioni $f(\cdot)$ e $h(\cdot)$.

Si renderà quindi necessario elaborare una metodologia che permetta ricavare una stima delle varie curve che compongono la MAP relativa al modello. Per prima cosa pertanto, in questo capitolo questa metodologia verrà introdotta e discussa.

Successivamente, la MAP ottenuta utilizzando questa procedura relativo al modello di veicolo impostato con un certo assetto di riferimento verrà mostrata e commentata.

Sulla base di questo modello verranno poi apportate delle modifiche simulando alcuni interventi volti a modificare il comportamento sovra-sottosterzante del veicolo. Le relative mappe verranno quindi comparate con quella ottenuta in precedenza.

3.1 Stima delle MAP da prove stazionarie

Dal momento che, per il modello di veicolo utilizzato non è possibile ottenere in forma chiusa le funzioni $f(\cdot)$ e $h(\cdot)$, si è reso necessario determinare una procedura per ottenere indirettamente le varie curve.

Il software di simulazione *VDS* utilizzato presso Ferrari S.p.a., sul quale è caricato il modello in oggetto, è in grado di effettuare degli *scan* di accelerazione laterale: assegnato un certo valore della velocità di avanzamento e una sequenza di valori

dell'accelerazione laterale, per ciascuno di questi valori il programma risolve le equazioni a regime restituendo le corrispondenti sequenze relative a tutte le principali grandezze.

Effettuando un certo numero di scan dunque si ottengono altrettante curve a velocità costante. Notare come le curve a velocità costante possano essere ottenute anche mediante simulazioni dinamiche (oltre chiaramente a prove sperimentali).

È bene comunque sottolineare che le curve ottenute in questo modo si estenderanno fino al limite di stabilità, dal momento che oltre quel limite comprenderanno inevitabili fenomeni dinamici.

Le curve a velocità costante ottenute mediante scan di accelerazione, attraverso cioè la soluzione diretta delle equazioni a regime, si estenderanno anche alla zona in cui il veicolo è instabile.

In definitiva, le curve a velocità costante sono le più facili da ottenere in via diretta, sia per via sperimentale sia tramite simulazioni. Per le altre manovre il discorso è purtroppo più complesso. Manovre ad a_y costante sono estremamente difficili da realizzare nella pratica dal momento che l'accelerazione laterale non è un vero e proprio ingresso sul quale il pilota può agire direttamente. Per quanto riguarda le manovre ad angolo di sterzo costante, la difficoltà principale consiste nelle discontinuità causate dai cambi di marcia. Va detto inoltre che ricavare direttamente un numero elevato di manovre ha un costo: economico se vengono ottenute sperimentalmente tramite manovre stazionarie, computazionale se tali manovre vengono simulate a partire da un modello complesso o dalla soluzione numerica delle equazioni a regime.

Ci si è pertanto posti il problema di ottenere una approssimazione delle curve ad a_y e a δ costante a partire da un numero finito di chioccioline.

3.1.1 Stima della funzione inversa

L'obiettivo è quindi quello di *stimare* le curve ad accelerazione laterale e ad angolo di sterzo costante a partire dai dati ricavati da un certo numero di chioccioline. Con questa procedura sarà eventualmente possibile ricavare anche altre curve a velocità costante oltre a quelle ricavate sperimentalmente. L'idea è quella di non stimare direttamente le funzioni $f(\cdot)$ e $g(\cdot)$ ma ricavarle per via indiretta. Un modo indiretto per ricavarle è infatti quello di stimare la funzione inversa $g^{-1}(\cdot)$ tale che

$$\begin{bmatrix} \delta \\ a_y \end{bmatrix} = g^{-1} \left(\begin{bmatrix} \beta \\ \rho \end{bmatrix} \right). \quad (3.1)$$

Questa funzione vettoriale è composta dalle due funzioni scalari

$$\delta = \delta(\beta, \rho) \quad (3.2)$$

$$a_y = a_y(\beta, \rho). \quad (3.3)$$

Il problema quindi si riduce alla stima approssimata di queste due funzioni. Supponiamo di essere interessati alla $a_y(\beta, \rho)$ (il procedimento per ottenere la funzione $\delta(\beta, \rho)$ sarà del tutto analogo). Una volta effettuate n chioccioline, si hanno a disposizione n liste composte da triplette $(a_{y_i}, \beta_i, \delta_i)$ in numero pari al numero di campioni in ciascuna chiocciola. Ognuna di queste triplette rappresenta un punto in

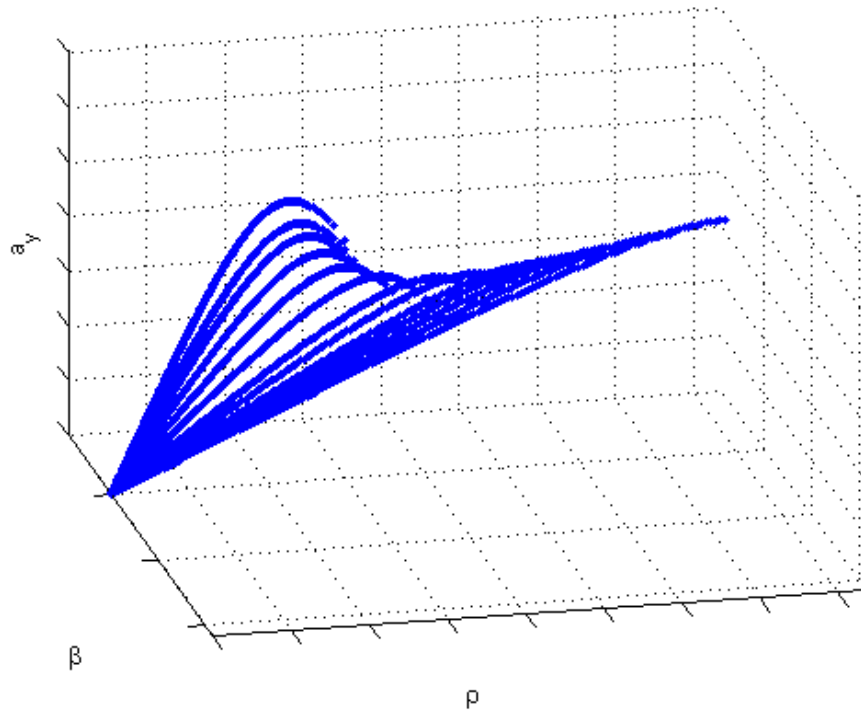


Figura 3.1: Punti nello spazio (ρ, β, a_y) ottenuti simulando delle manovre a velocità costante.

uno spazio tridimensionale. In Fig. 3.1 è riportato una tipica disposizione di questi punti. Sono immediatamente distinguibili gli insiemi di campioni corrispondenti alle diverse chioccioline.

A partire da questi punti è possibile interpolare una superficie che approssimerà la funzione (3.3). In Fig. 3.2 si riporta la superficie ottenuta a partire dai dati di Fig.3.1. I valori di a_y sono stati interpolati linearmente usando una triangolazione di Delaunay delle coordinate (ρ, β) .

Una volta ricavata la superficie di Fig. 3.2, le curve ad accelerazione laterale costante possono essere ottenute come curve di livello della superficie stessa come mostrato in Fig. 3.3.

Purtroppo, specialmente quando le curve relative alle varie chioccioline hanno un andamento molto diverso da loro, non è sempre possibile ottenere una superficie interpolante. In questi casi si rende necessario utilizzare un altro metodo che verrà illustrato nel prossimo paragrafo.

3.1.2 Stima tramite spezzate

Un metodo più semplice per ottenere le curve ad accelerazione e ad angolo di sterzo costante è quello di approssimarle con delle spezzate.

Supponiamo di voler ottenere una curva ad a_y costante e pari ad un certo valore \bar{a}_y . Se in una certa chiocciola si è raggiunto quel valore dell'accelerazione laterale allora esisteranno due campioni (a_{y1}, a_{y2}) tali per cui

$$a_{y1} < \bar{a}_y < a_{y2}. \quad (3.4)$$

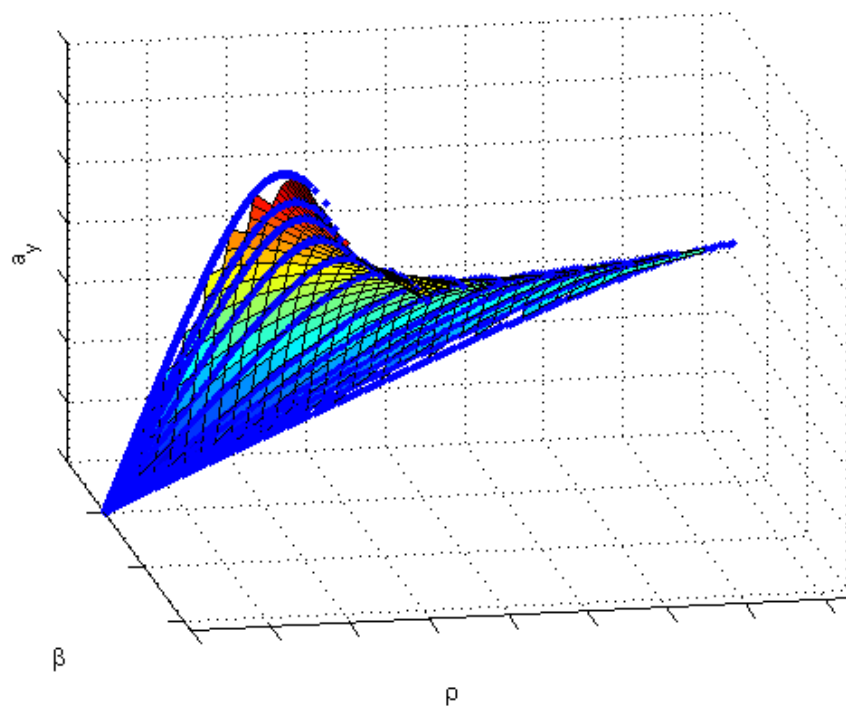


Figura 3.2: Superficie interpolata a partire dai dati di Fig. 3.1.

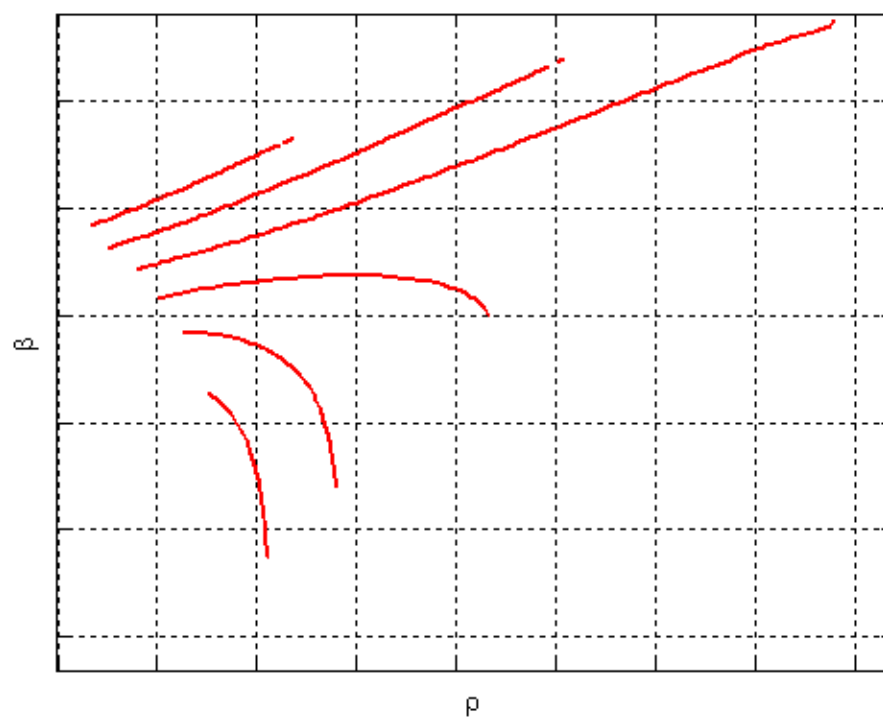


Figura 3.3: Curve ad accelerazione laterale costante ottenute come linee di livello della superficie di Fig 3.2.

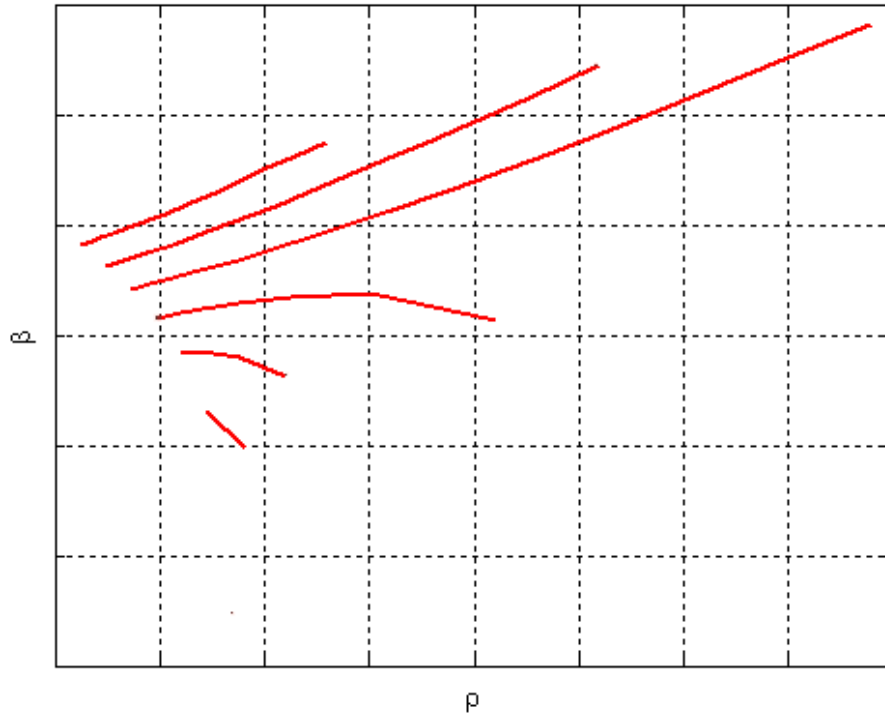


Figura 3.4: Curve ad accelerazione costante ottenute tramite una spezzata.

e a cui corrisponderanno due coppie di angoli di assetto (β_1, β_2) e curvature (ρ_1, ρ_2) . I veri valori di curvatura $\bar{\rho}$ e angolo di assetto $\bar{\beta}$ che si avranno quando l'accelerazione laterale vale \bar{a}_y potranno essere approssimati pertanto tramite una semplice proporzione

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{a}_y}{a_{y1}} \rho_1 \quad (3.5)$$

$$\bar{\beta} = \frac{\bar{a}_y}{a_{y1}} \beta_1. \quad (3.6)$$

Una volta individuato un valore per ogni chiocciola, a cui corrisponderà un punto su ogni curva a velocità costante, tali punti potranno essere uniti con una spezzata come mostrato in Fig. 3.4.

Questo metodo, rispetto al precedente, ha il vantaggio della semplicità. Tuttavia, come si nota dalla Fig. 3.5 dove sono messe a confronto le curve ottenute con i due metodi, per ottenere un'accuratezza accettabile necessita di un elevato numero di punti, e quindi di chiocciolate. Inoltre, specialmente per accelerazioni lateali elevate, le cui curve tendono ad essere quasi parallele alla relative curve ad u costante ed hanno pertanto una estensione molto inferiore.

3.1.3 Estensione delle curve

Nel capitolo precedente si è discusso quali fossero i limiti della regione del piano degli stati in cui sono vincolati a rimanere l'angolo di assetto e la curvatura del baricentro del veicolo.

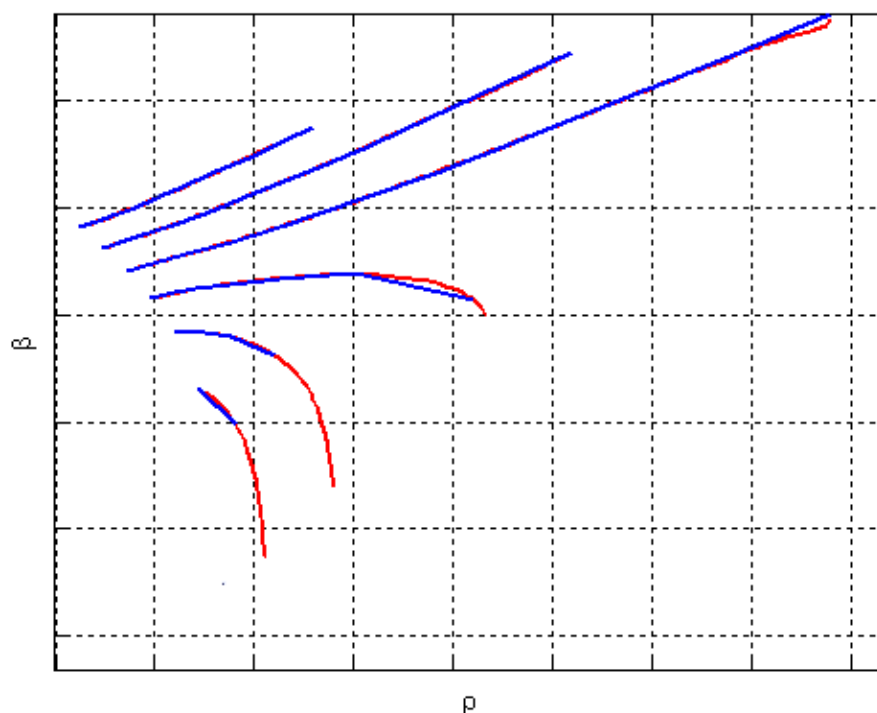


Figura 3.5: Confronto tra curve ad a_y costante ottenute come una spezzata e come curve di livello delle superficie interpolata.

Naturalmente, a seconda della conformazione delle varie piste, è possibile che solo una parte di questa regione risulti interessante ai fini dello studio dell'handling della vettura.

Ricavando le MAP con la procedura appena illustrata, è possibile pertanto modificare i limiti della regione scegliendo opportunamente le varie velocità a cui effettuare le chiocciole.

3.2 MAP relative al veicolo con il setup di riferimento

Mediante il procedimento descritto nella precedente sezione, è stata ricavata la Fig. 3.6 in cui è riportata la MAP sul piano curvatura - angolo di assetto, relativa al veicolo con un assetto di riferimento e in condizioni di centro curva. Gli scan di accelerazione laterale sono stati effettuati a velocità u comprese tra i 70 e i 230 km/h.

La prima differenza che si nota rispetto alle MAP relative al semplice modello di veicolo discusso nel precedente capitolo è il fatto che le curve ad angolo di sterzo costante non sono più un insieme di rette parallele fra loro. Nel caso di veicoli reali sono infatti sempre delle curve generiche dal momento che, come noto, i veicoli reali possono avere un comportamento sovrasterzante, sottosterzante o neutro, a seconda della configurazione di equilibrio in cui si trovano.

In questo caso il veicolo con l'assetto di riferimento è decisamente sottosterzante alle basse velocità come si nota dalla scarsa pendenza della curva a destra in Fig. 3.6.

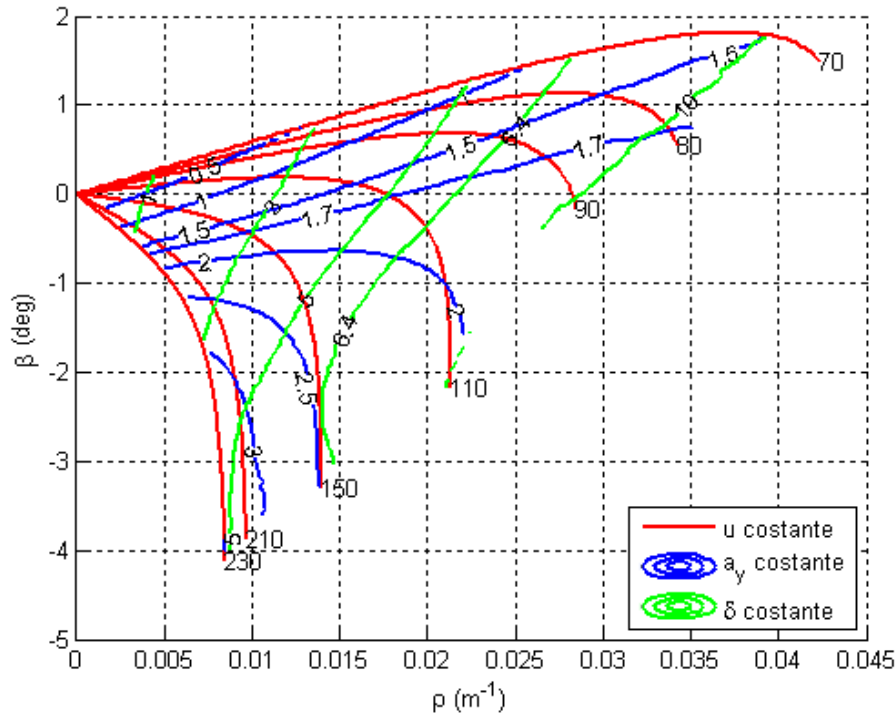


Figura 3.6: MAP sul piano $\rho - \beta$ per un veicolo da Formula 1 a centro curva.

Muovendoci sul piano degli stati, al diminuire della curvatura, la pendenza media delle curve e quindi il sottosterzo diminuisce. Per velocità medio/alte, man mano che ci si avvicina al limite imposto dal grip, il comportamento tende sempre più ad essere neutro.

Il veicolo diventa addirittura sovrasterzante e instabile per valori della curvatura pari circa a 0.015 m^{-1} e velocità prossime ai 150 km/h come si nota dal fatto che la curva relativa a $\delta = 6.4^\circ$ diventa tangente alla curva relativa a $u = 150 \text{ km/h}$. Il punto di tangenza delle due curve coincide all'incirca con il punto di intersezione con la curva ad $a_y = 2.5 \text{ g}$ che coincide quindi con la massima accelerazione laterale sostenibile dal veicolo a quella velocità.

Il grip medio può essere stimato osservando le curve ad accelerazione laterale costante. La linea ad $a_y = 1.5 \text{ g}$ interseca infatti tutte le curve a velocità costante fino a quella ad $u = 70 \text{ km/h}$. Dato il basso contributo dei carichi aerodinamici a queste velocità e, considerato che la linea ad $a_y = 1.7 \text{ g}$ non interseca la linea a $u = 70 \text{ km/h}$ è ragionevole ritenere che il grip sarà compreso tra 1.5 e 1.7 . Per avere una stima più precisa sarà sufficiente infittire la griglia di linee ad accelerazione laterale costante.

Si analizzi adesso la MAP sul piano $\delta - \rho$ riportate in Fig. 3.7. Le considerazioni fatte riguardo al coefficiente di aderenza tra pneumatico e asfalto fatte in precedenza potrebbero essere ripetute anche in questo caso osservando le curve ad $a_y = 1.5 \text{ g}$ e 1.7 g .

Inoltre, muovendoci lungo una retta verticale (quindi ad angolo di sterzo fissato) da curvature maggiori a curvature minori, si nota come le curve ad a_y costante siano sempre più concentrate. Ciò conferma le considerazioni fatte precedentemente riguardo al fatto che il veicolo è sempre meno sottosterzante al diminuire della

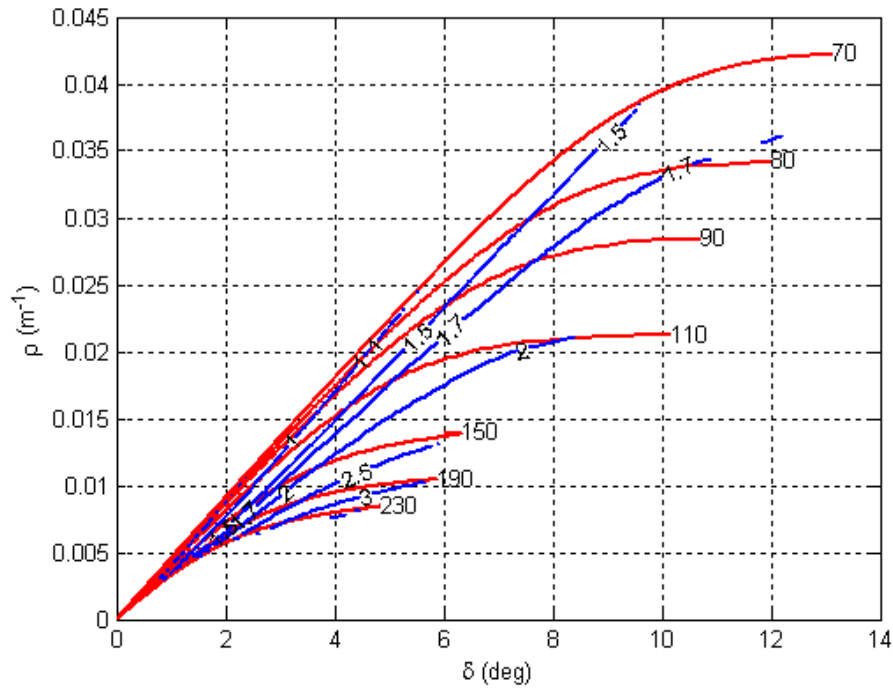


Figura 3.7: MAP sul piano $\delta - \rho$ per un veicolo da Formula 1 a centro curva.

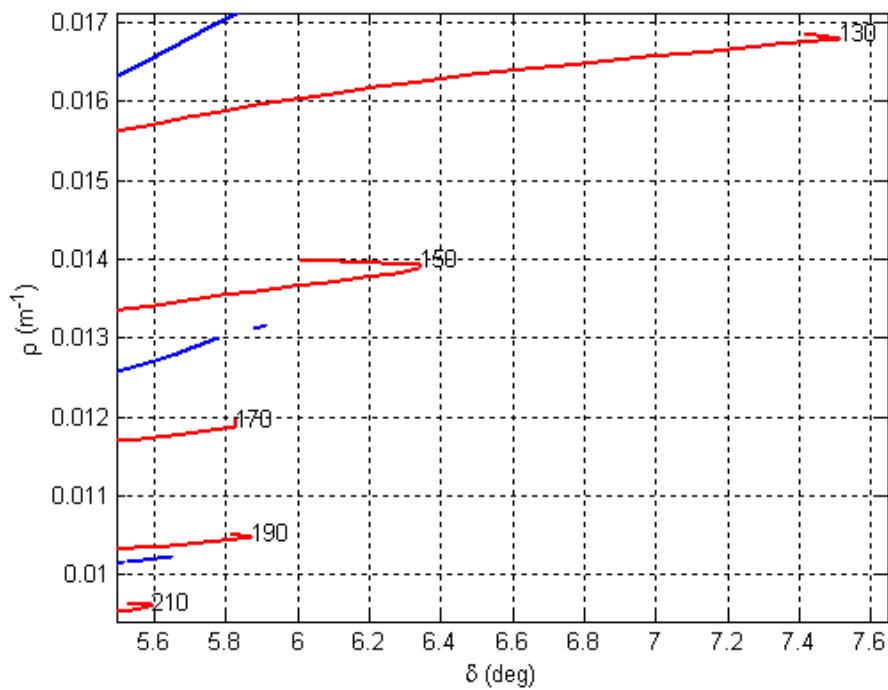


Figura 3.8: MAP sul piano $\delta - \rho$ per un veicolo da Formula 1 a centro curva: particolare della zona instabile.

curvatura.

Per finire, precedentemente si era osservato come nella zona nei pressi del limite dato dal grip e per velocità prossime a 150 km/h il veicolo fosse instabile. Ciò è confermato anche osservando le curve a velocità costante sul piano $\delta - \rho$: in Fig. 3.8 è riportato uno zoom della zona instabile dove si nota come l'instabilità occorra quando ci si avvicina al limite dell'aderenza di uno dei due assali per velocità che vanno all'incirca da 130 a 210 km/h. Infatti per un certo valore della curvatura le curve ad u costante comprese tra questi due valori della velocità hanno tangente verticale e poi negativa: ciò significa che all'aumentare della curvatura, per mantenere il veicolo a regime occorre diminuire l'angolo di sterzo e la condizione (1.28) sulla stabilità non è più rispettata.

3.3 Effetto sulle MAP di modifiche all'assetto della vettura

Per valutare l'efficacia delle mappe nel comparare le caratteristiche e le prestazioni del veicolo in diverse configurazioni, si sono simulati degli interventi sull'assetto.

Inizialmente si sono scelti degli interventi classici, come la modifica del bilanciamento aerodinamico e al rollio. Gli effetti di questi interventi sono noti e nel seguito verrà mostrato come le indicazioni fornite dalle MAP associate siano coerenti con semplici considerazioni che potrebbero essere fatte sulla base dell'esperienza e del senso fisico.

Queste modifiche verranno poi applicate in maniera congiunta sul veicolo e le MAP associate verranno analizzate nel dettaglio.

Verranno applicati due interventi che, da soli, portano il veicolo rispettivamente verso il sottosterzo e verso il sovrasterzo, il cui effetto congiunto non è prevedibile a priori se non da una analisi quantitativa. L'obiettivo è verificare se le MAP permettono, senza alcun preconcetto, di evidenziare le differenze nel comportamento a regime del veicolo con due diversi setup.

3.3.1 Modifiche alla ripartizione dei trasferimenti di carico

Per valutare l'efficacia dello strumento introdotto nel valutare le differenze tra diversi assetti, gli scan di accelerazione laterale sono stati ripetuti utilizzando un modello di veicolo opportunamente modificato per cambiarne il comportamento sovra-sottosterzante.

Sono state simulate delle modifiche alla ripartizione tra avantreno e retrotreno della componente dovuta al rollio del trasferimento di carico laterale.

È infatti possibile, dato un certo trasferimento di carico imposto dall'accelerazione laterale, e note la posizione del baricentro e la geometria delle sospensioni, modificare il secondo fattore nelle equazioni (1.9) agendo sulle rigidità di rollio k_{ϕ_i} .

È noto come la forza laterale sviluppata singolo pneumatico abbia una dipendenza nonlineare dal carico verticale. Sfruttando questa nonlinearity si dimostra che, ripartendo maggiormente su un assale questa componente del trasferimento di carico, la caratteristica di quell'assale sarà leggermente più piatta e il picco più basso.

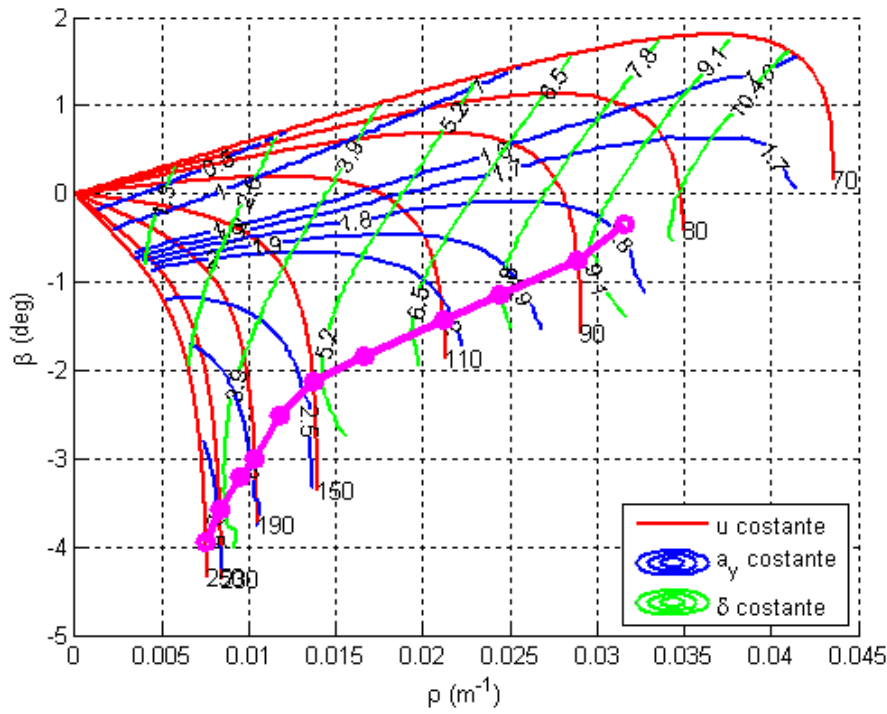


Figura 3.9: MAP sul piano $\rho - \beta$ a centro curva per il veicolo con trasferimento di carico maggiormente ripartito verso il posteriore.

Ciò influenzerà notevolmente le caratteristiche sovra-sottosterzanti del veicolo in misura maggiore all'aumentare dell'accelerazione laterale. In particolare, ripartendo maggiormente verso l'anteriore questa componente del trasferimento di carico si avrà un veicolo più sottosterzante. Al contrario, distribuendola maggiormente verso il posteriore il veicolo sarà più sovrasterzante.

Nella pratica si definisce convenzionalmente *roll balance* la frazione distribuita all'anteriore di questa componente del trasferimento di carico

$$R_b = \frac{k_{\phi_1}}{k_{\phi_1} + k_{\phi_2}}. \quad (3.7)$$

In Fig. 3.9 e 3.10 sono riportate le MAP sul piano degli stati relative a due casi: nel primo caso il roll-balance è stato aumentato di un fattore $\Delta R_b = 0.05$ rispetto al valore presente nel setup di riferimento. Nel secondo caso è stato diminuito dello stesso fattore. Come si nota, anche una piccola modifica alla taratura delle sospensioni ha portato ad sensibile cambiamento delle caratteristiche di sovra-sottosterzo e di stabilità del veicolo come si nota dalla Fig. 3.11.

Diminuendo il valore del roll balance infatti la caratteristica dell'assale posteriore si appiattisce mentre all'avantreno si avrà l'effetto opposto con la caratteristica dell'assale che si innalza rispetto al caso di veicolo con assetto di riferimento.

Il risultato è che, per qualsiasi valore della velocità, all'aumentare dell'accelerazione laterale il comportamento del veicolo è sempre meno sottosterzante fino a diventare sovrasterzante e instabile ad alte velocità e accelerazioni.

L'effetto opposto si ha aumentando il valore del roll balance con il veicolo che diventa decisamente sottosterzante specialmente per velocità e raggi di curvatura

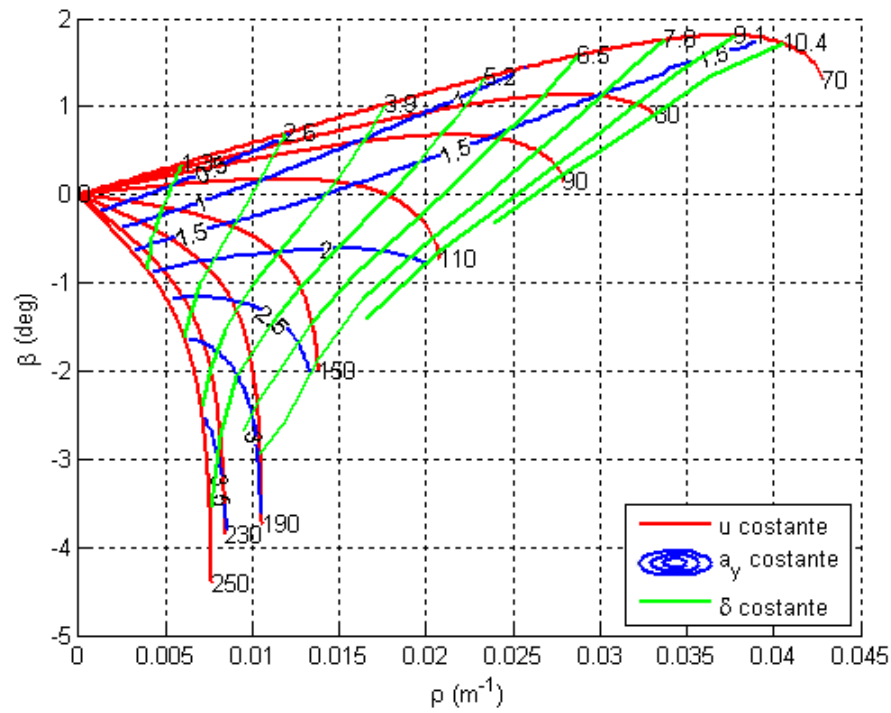


Figura 3.10: MAP sul piano $\rho - \beta$ a centro curva per il veicolo con trasferimento di carico maggiormente ripartito verso l'anteriore.

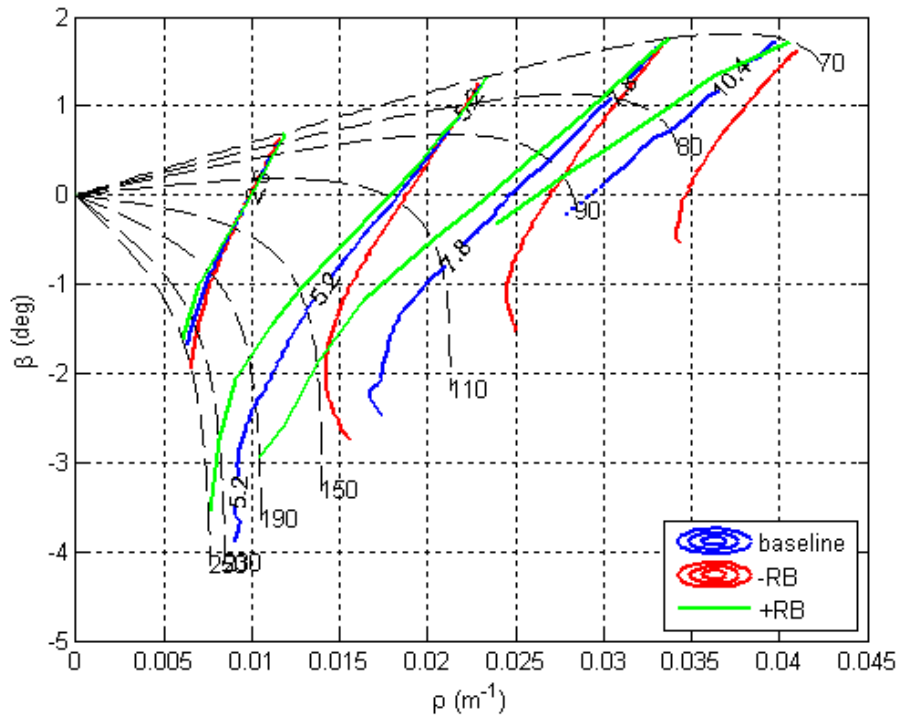


Figura 3.11: Confronto tra curve a δ costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con trasferimento di carico maggiormente ripartito all'anteriore (in verde) e al posteriore (in rosso).

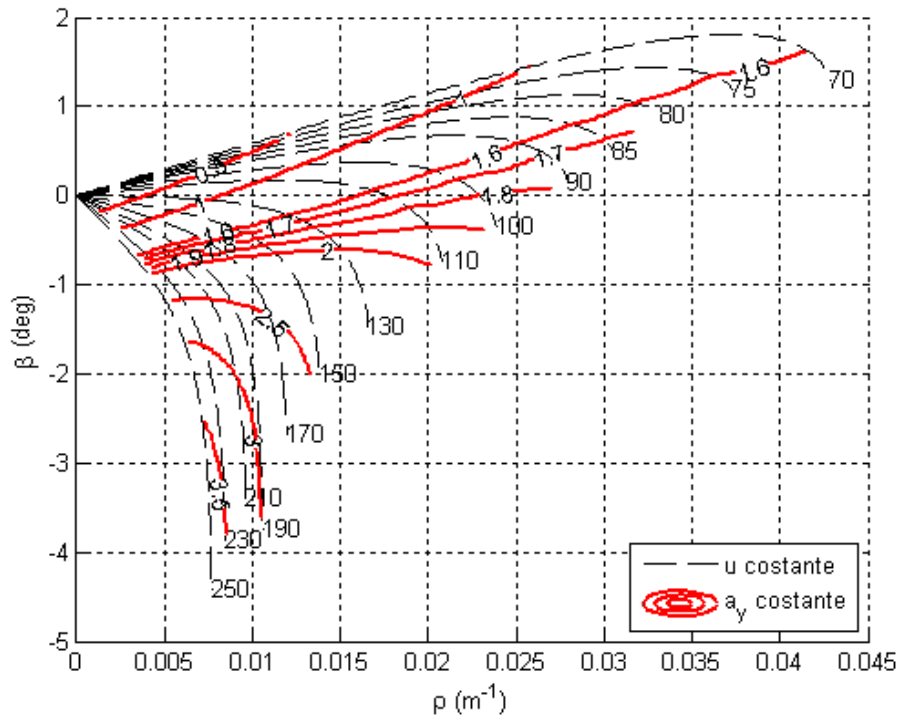


Figura 3.13: Curve ad a_y costante per il veicolo con trasferimento di carico maggiormente ripartito sull'anteriore.

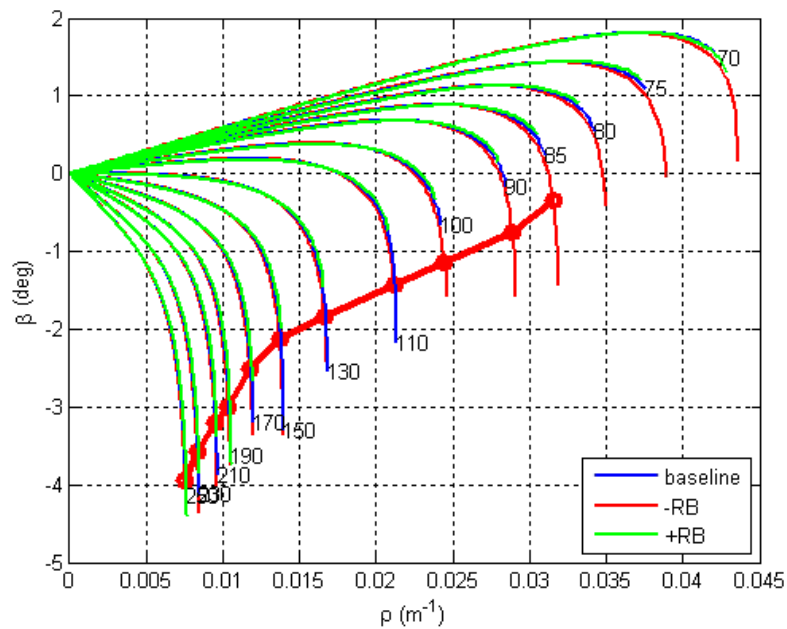


Figura 3.14: Confronto tra curve a velocità costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con trasferimento di carico dovuto al rollio maggiormente spostato all'anteriore (in verde) e al posteriore (in rosso): in rosso è riportata la frontiera di stabilità relativa a quest'ultimo caso.

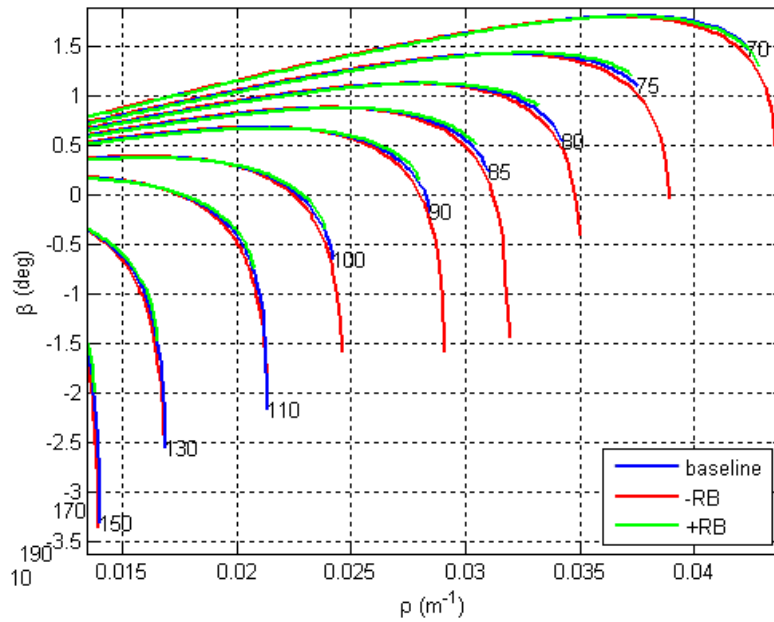


Figura 3.15: Confronto tra curve a velocità costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con trasferimento di carico dovuto al rollio maggiormente spostato all'anteriore (in verde) e al posteriore (in rosso): particolare della regione ad elevata curvatura.

volta che l'avantreno è saturato quindi non è possibile trovare, per valori maggiori dell'accelerazione laterale, una soluzione a regime e pertanto l'aderenza disponibile al retrotreno non viene sfruttata al massimo.

Aumentando ulteriormente il roll balance rispetto a questa configurazione, la caratteristica dell'assale anteriore si abbassa ancora diventando sempre di più il fattore limitante e l'accelerazione laterale massima diminuisce ulteriormente a parità di velocità.

Il discorso si rovescia naturalmente se si diminuisce il roll balance anziché aumentarlo con un maggior bilanciamento tra assale anteriore e posteriore in questo range di velocità. Proprio per questo motivo la caratteristica dell'assale posteriore viene sfruttata maggiormente e questo spiega i valori elevati dell'angolo di assetto che si ottengono in questo caso. L'angolo di assetto è infatti fondamentale per produrre deriva al retrotreno dal momento che al posteriore le ruote non sono sterzanti. Va però detto che, a partire dagli 85 km/h, dal momento che oltre un certo valore di ρ il veicolo diventa instabile, solo parte del vantaggio prestazionale ottenuto diminuendo il trasferimento di carico all'avantreno potrà essere sfruttato in pieno a meno di notevoli azioni di controllo da parte del pilota.

Considerazioni simili potrebbero essere fatte osservando le mappe sul piano $\delta - \rho$, riportato per il veicolo con più e meno trasferimento di carico all'anteriore rispettivamente in Fig. 3.16 e 3.17.

La prima differenza che salta all'occhio è la maggiore estensione della regione in questo particolare piano nel primo caso rispetto al secondo. Principalmente questo significa che il picco della caratteristica di uno dei due assali viene raggiunto per valori dell'angolo di sterzo decisamente maggiori nel primo caso.

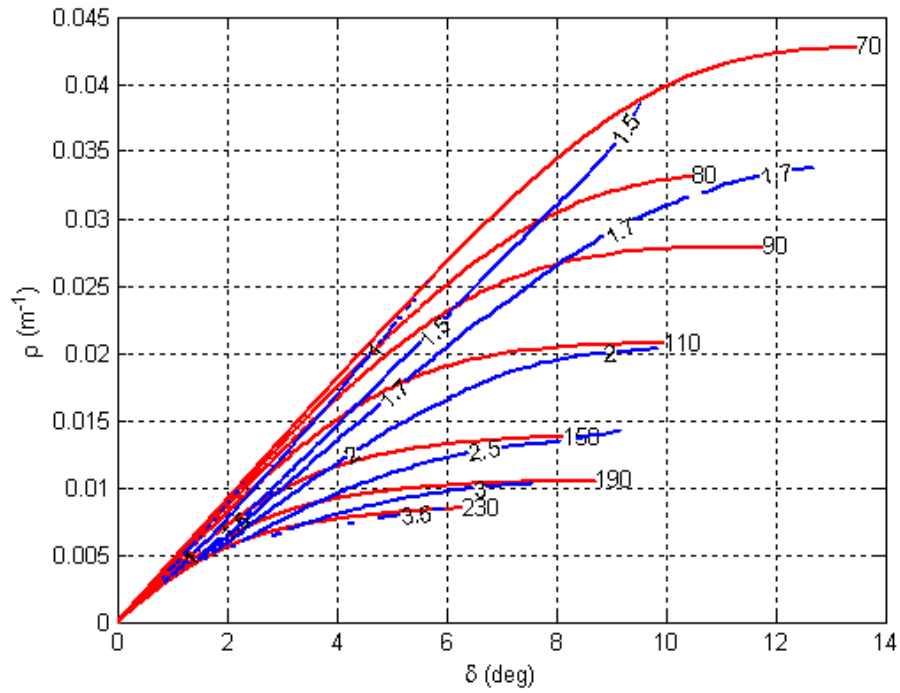


Figura 3.16: MAP sul piano $\delta - \rho$ a centro curva per il veicolo con trasferimento di carico maggiormente ripartito verso il posteriore.

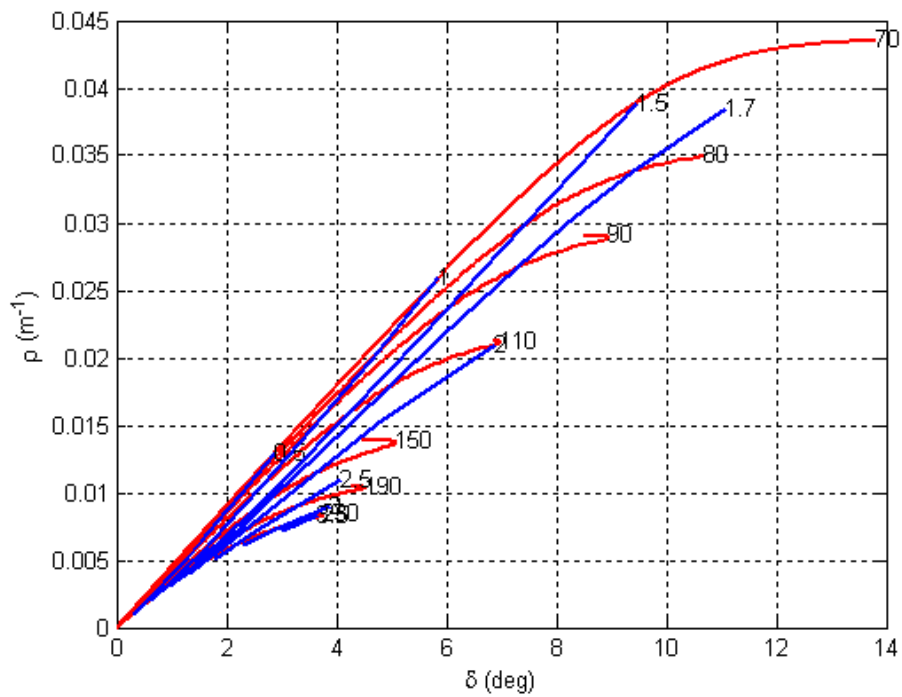


Figura 3.17: MAP sul piano $\delta - \rho$ a centro curva per il veicolo con trasferimento di carico maggiormente ripartito verso l'anteriore.

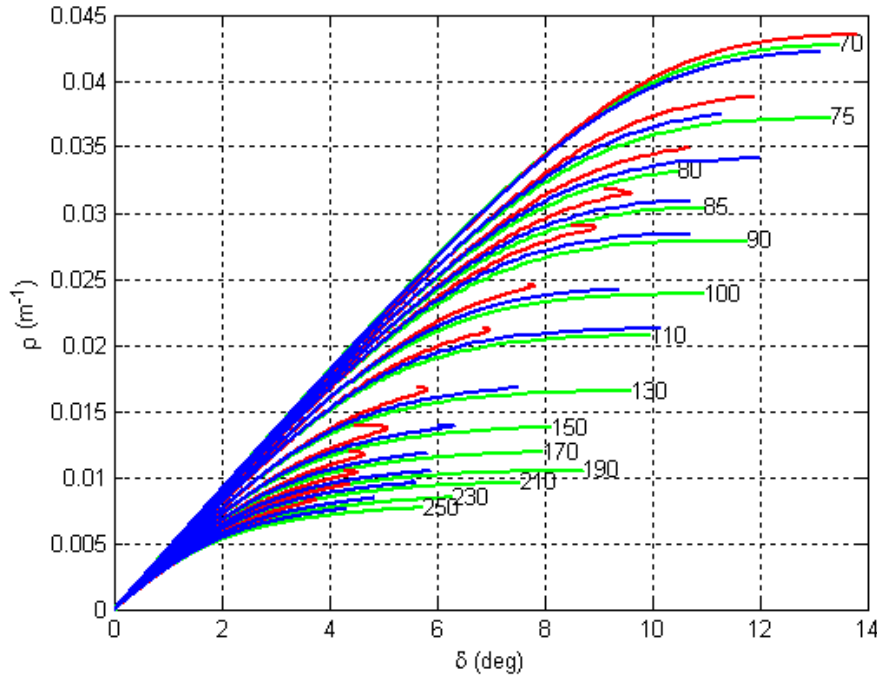


Figura 3.18: Curve a velocità costante sul piano $\delta - \rho$: confronto tra i tre assetti con differente roll balance.

Dal punto di vista del pilota questo si traduce in una elevata sensibilità al comando sullo sterzo e in una macchina un minor preavviso prima di arrivare al limite dell'aderenza su uno dei due assali.

Come discusso precedentemente però, specialmente alle basse velocità, è possibile percorrere traiettorie a curvatura più elevata. Questo fatto è ancora più chiaro sul piano $\delta - \rho$ come mostrato in Fig.3.18 un confronto tra le curve a velocità costante per i tre assetti analizzati.

3.3.2 Modifiche alla distribuzione dei carichi aerodinamici

Gli stessi confronti fatti nella precedente sezione sono stati ripetuti simulando questa volta delle modifiche alla ripartizione del carico aerodinamico tra assale anteriore e posteriore.

Il carico aerodinamico viene distribuito sui due assali secondo un certo rapporto dipendente dai coefficienti $S_i C_{z_i}$. Il bilanciamento aerodinamico del veicolo (*aero balance*) viene convenzionalmente definito, similamente a quanto detto per il roll balance, come la frazione di carico ripartita sull'avantreno A_b

$$A_b = \frac{\frac{1}{2} C_{z_1} S_1 \rho_a u^2}{\frac{1}{2} C_{z_1} S_1 \rho_a u^2 + \frac{1}{2} C_{z_2} S_2 \rho_a u^2} = \frac{C_{z_1} S_1}{C_{z_1} S_1 + C_{z_2} S_2}. \quad (3.8)$$

Pertanto, modificando l'aero balance viene modificata la distribuzione del carico aerodinamico lasciando invariato il carico complessivo.

Apportando queste modifiche ci si aspetta di modificare le caratteristiche di sovra-sottosterzo del veicolo soprattutto alle alte velocità. Le MAP relative ai due casi, riportate in Fig. 3.19 e 3.20 dimostrano come ciò si verifichi effettivamente.

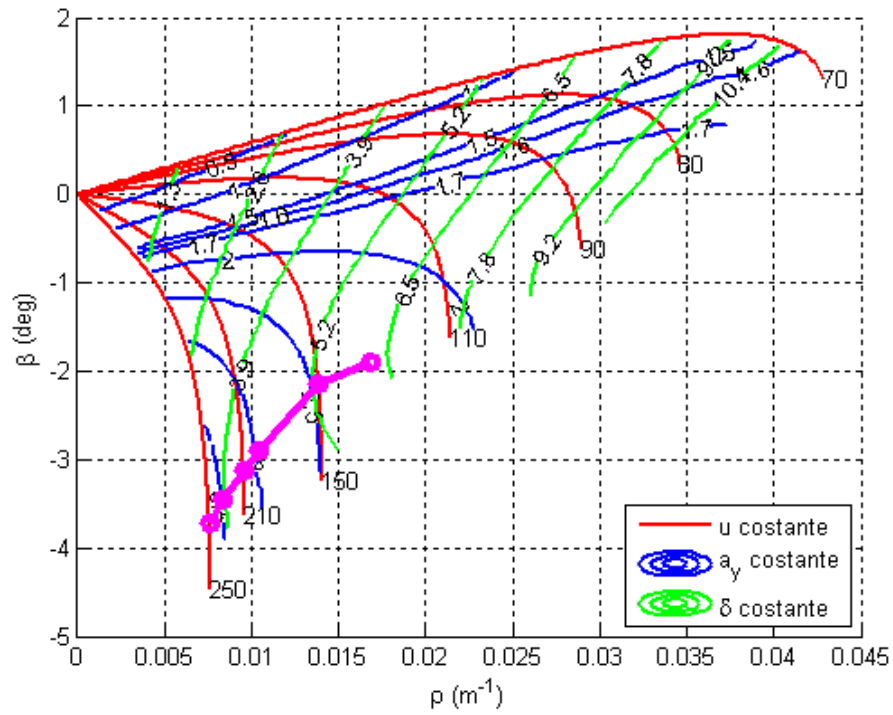


Figura 3.19: MAP sul piano $\rho - \beta$ a centro curva per il veicolo con carico aerodinamico maggiormente ripartito verso l'anteriore.

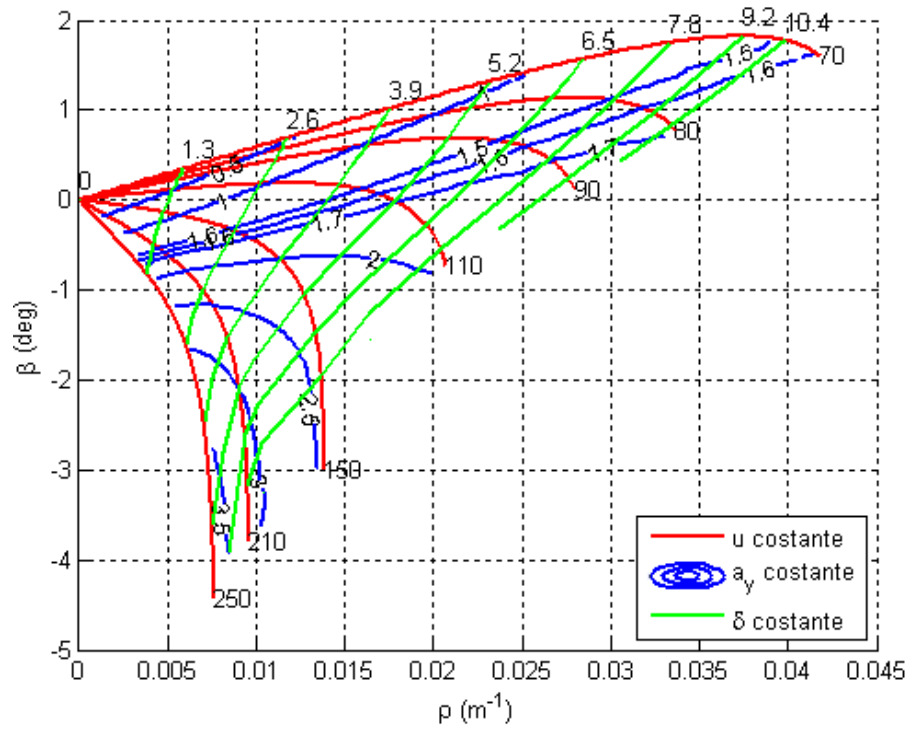


Figura 3.20: MAP sul piano $\rho - \beta$ a centro curva per il veicolo con carico aerodinamico maggiormente ripartito verso il posteriore.

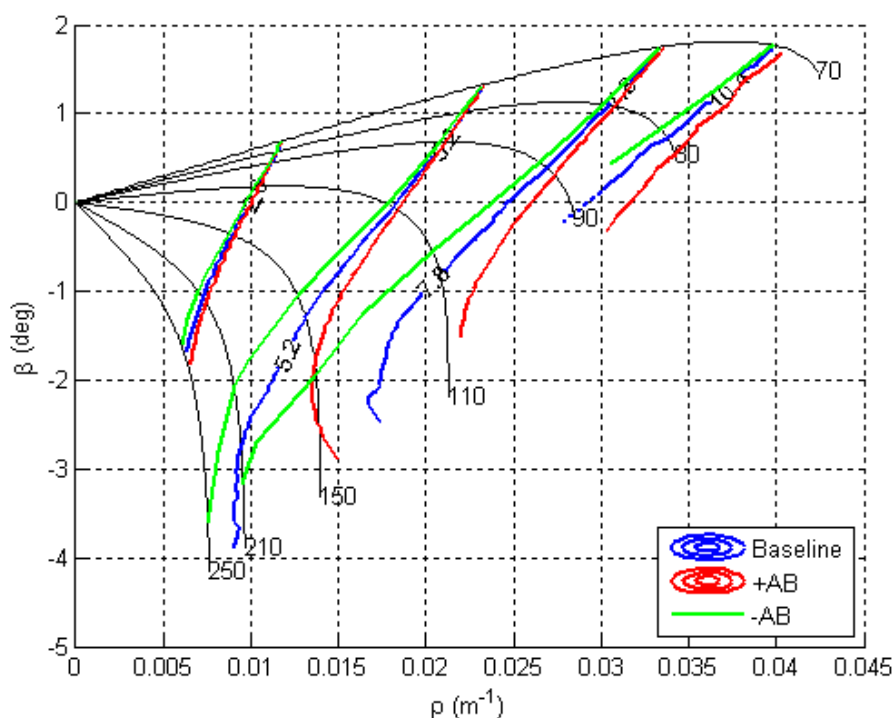


Figura 3.21: Confronto tra curve a δ costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con carico aerodinamico maggiormente ripartito al posteriore (in verde) e all'anteriore (in rosso).

Alle basse velocità, dove i carichi aerodinamici sono meno influenti, l'aver trasferito al retrotreno del carico che prima era ripartito all'avantreno ha un effetto sottosterzante più blando rispetto al caso precedente in cui si è intervenuti sul bilanciamento al rollio.

Si nota inoltre, nel caso in cui si è aumentato A_b , come fenomeni di instabilità insorgano soltanto a partire da velocità intorno ai 130 km/h. Nella sezione precedente invece, diminuendo R_b il veicolo diventava instabile in ogni chiocciola a partire dagli 85 km/h.

Anche dal punto di vista della prestazione, specialmente nella zona a bassa velocità dove il setup di riferimento rendeva già il veicolo piuttosto sottosterzante, si ha un deciso miglioramento spostando verso l'anteriore il bilanciamento aerodinamico. Aumentando la direzionalità all'avantreno è possibile infatti percorrere traiettoria con la medesima accelerazione laterale a velocità più basse come si nota dalla Fig. 3.23 dove sono messe in relazione le curve ad a_y costante con le curve a u costante.

Ciò è ancora più evidente se si analizza il confronto tra le curve a velocità costante relative all'assetto di riferimento e ai due assetti con aerodinamica modificata riportato in Fig. 3.24 e 3.25.

Anche in questo caso, il vantaggio prestazionale offerto dal setup più sovrasterzante non sarà comunque sfruttabile facilmente sull'intero range di velocità dal momento che, come già detto, il veicolo è instabile oltre i 130 km/h.

Le stesse considerazioni potrebbero essere fatte analizzando le mappe sul piano $\delta - \rho$: si riportano in Fig. 3.26 e 3.26 le mappe relative ai setup con aero balance

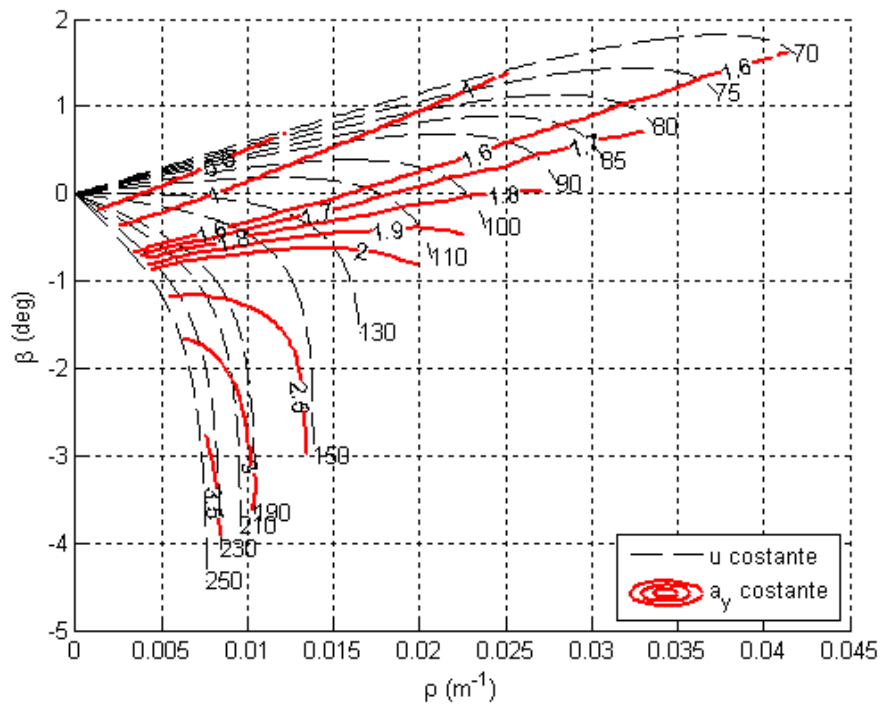


Figura 3.22: Curve ad a_y costante per il veicolo con carico aerodinamico maggiormente ripartito sul posteriore.

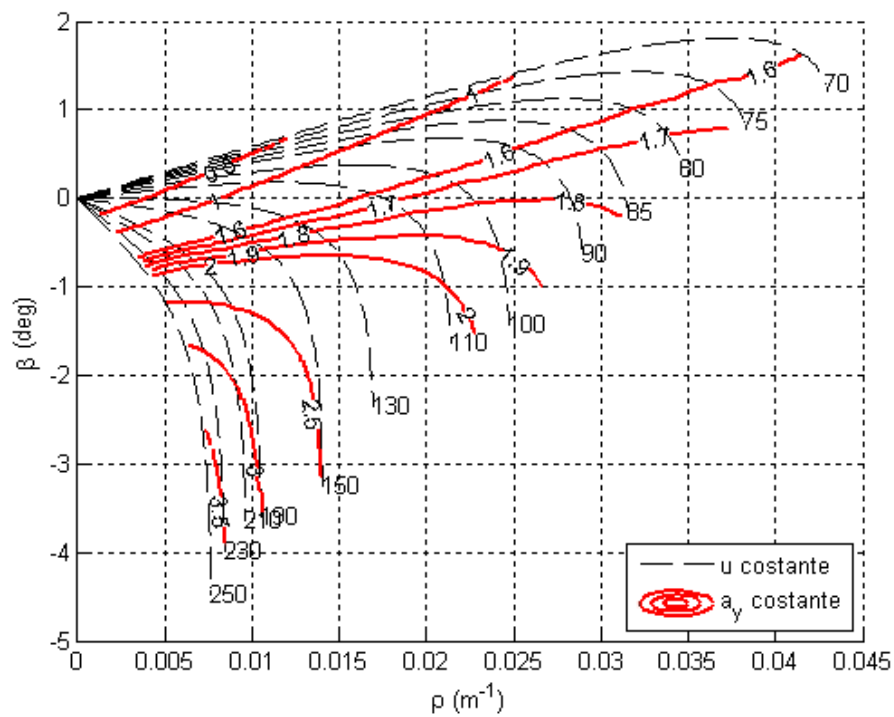


Figura 3.23: Curve ad a_y costante per il veicolo con carico aerodinamico maggiormente ripartito sull'anteriore.

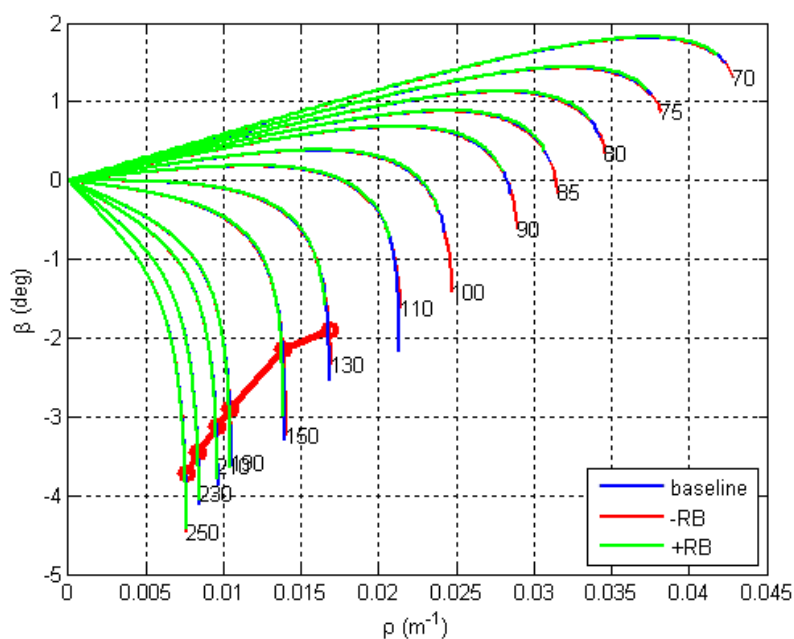


Figura 3.24: Confronto tra curve a velocità costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con carico aerodinamico maggiormente spostato al posteriore (in verde) e all'anteriore (in rosso): in rosso è riportata la frontiera di stabilità relativa a quest'ultimo caso.

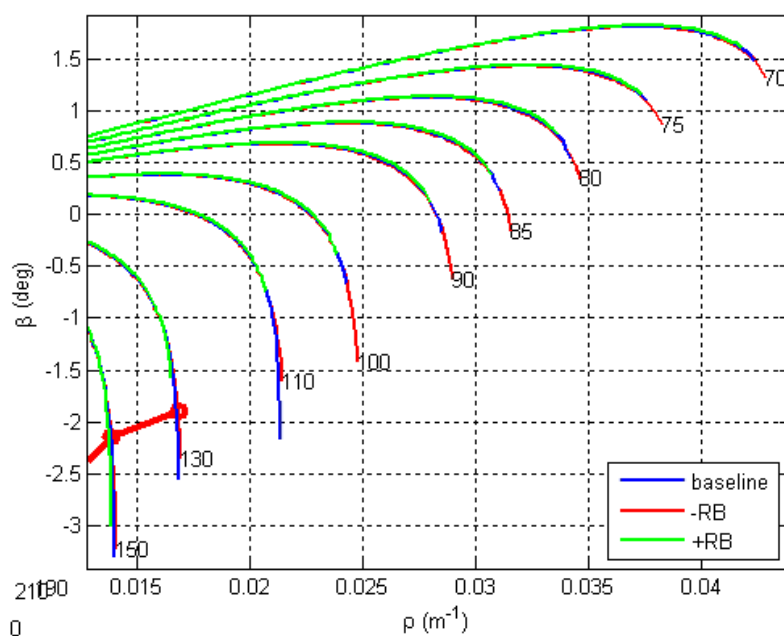


Figura 3.25: Confronto tra curve a velocità costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con carico aerodinamico maggiormente spostato al posteriore (in verde) e all'anteriore (in rosso): particolare della regione ad elevata curvatura.

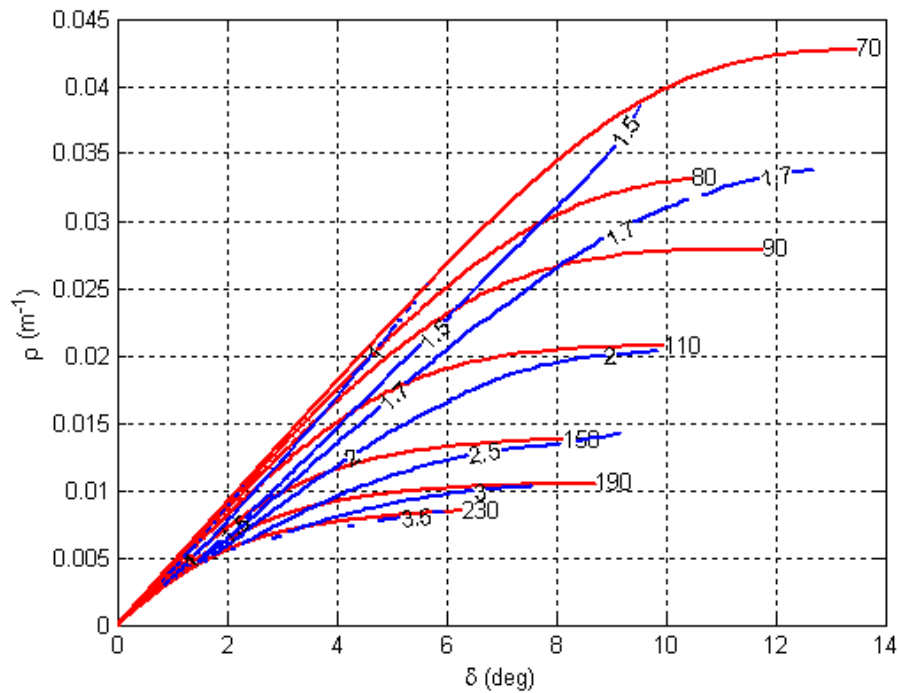


Figura 3.26: MAP sul piano $\delta - \rho$ a centro curva per il veicolo con carico aerodinamico maggiormente ripartito verso il posteriore.

modificato mentre In Fig. 3.28 si riporta invece il confronto tra le curve a u costante comparate con quelle relative al setup di riferimento.

Interessante notare come, distribuendo maggiormente i carichi aerodinamici al posteriore a discapito dell'avantreno, il veicolo sia decisamente sottosterzante alle velocità medio/alte come si nota dagli elevati angoli di sterzo raggiunti al limite di aderenza dell'assale anteriore.

3.3.3 Effetti di modifiche combinate

Nelle due sezioni precedenti, partendo da un assetto di base, sono state apportate delle modifiche i cui effetti sul comportamento del veicolo potevano essere previsti anche soltanto con semplici considerazioni di buon senso.

Si sono riportate quindi le MAP relative ai setup con le diverse regolazioni constatando come le informazioni fornite fossero coerenti con quanto ci si aspettava.

In questa sezione, sempre partendo dal setup di riferimento, le modifiche apportate nelle precedenti sezioni verranno applicate in modo combinato. Verranno in pratica definiti due nuovi assetti vettura che si indicheranno nel seguito con il numero 1 e 2:

1. in questo assetto sia il trasferimento di carico sia i carichi aerodinamici sono distribuiti in misura maggiore sull'assale anteriore rispetto all'assetto base;
2. in questo setup saranno ripartiti maggiormente al retrotreno.

Rispetto al veicolo con l'assetto di riferimento, è difficile prevedere a priori il comportamento del veicolo in questi due nuovi casi. Ci si servirà quindi delle MAP

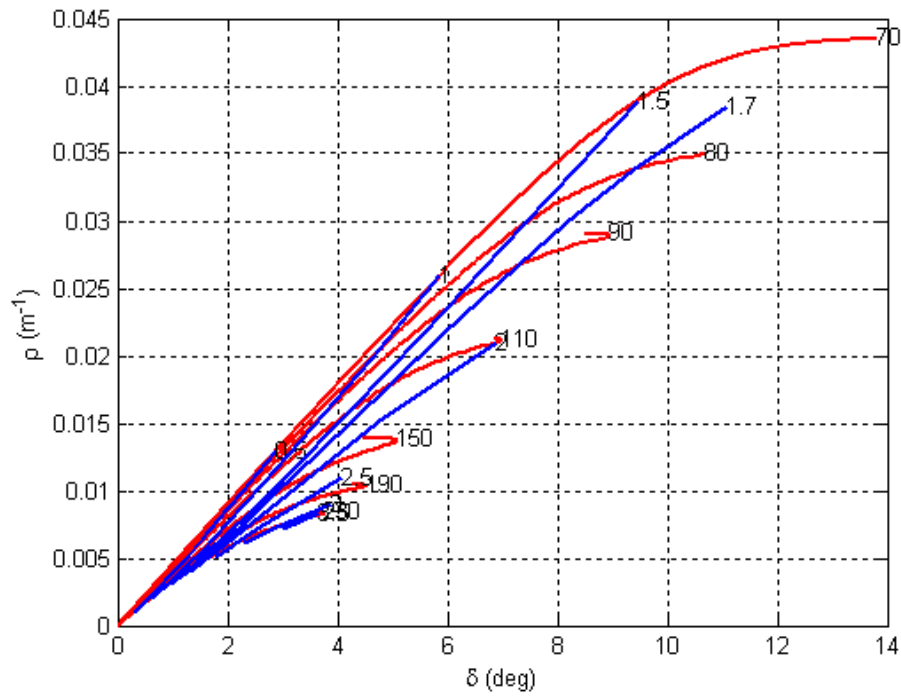


Figura 3.27: MAP sul piano $\delta - \rho$ a centro curva per il veicolo con carico aerodinamico maggiormente ripartito verso l'anteriore.

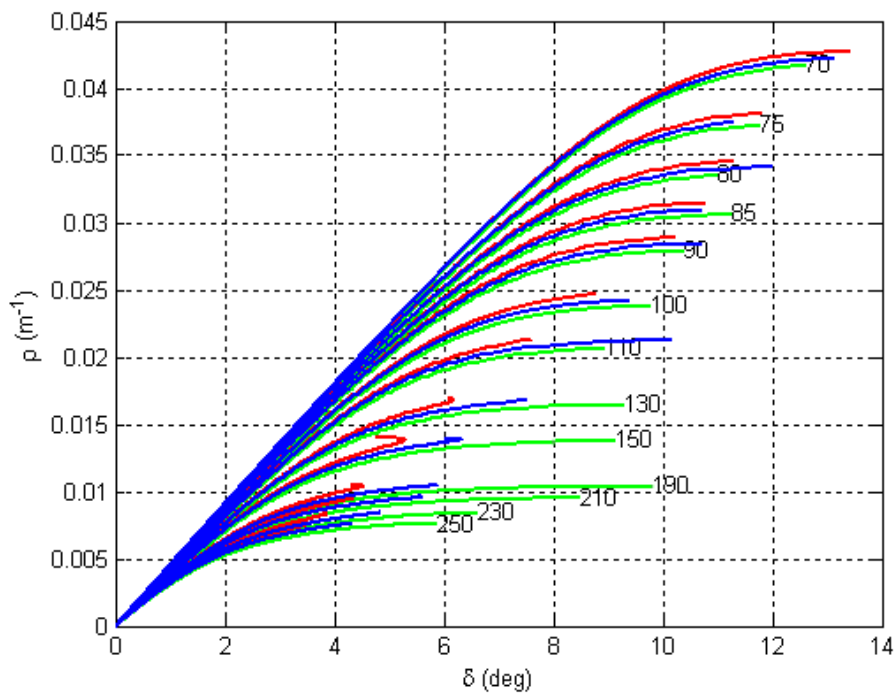


Figura 3.28: Curve a velocità costante sul piano $\delta - \rho$: confronto tra i tre assetti con differente aero balance.

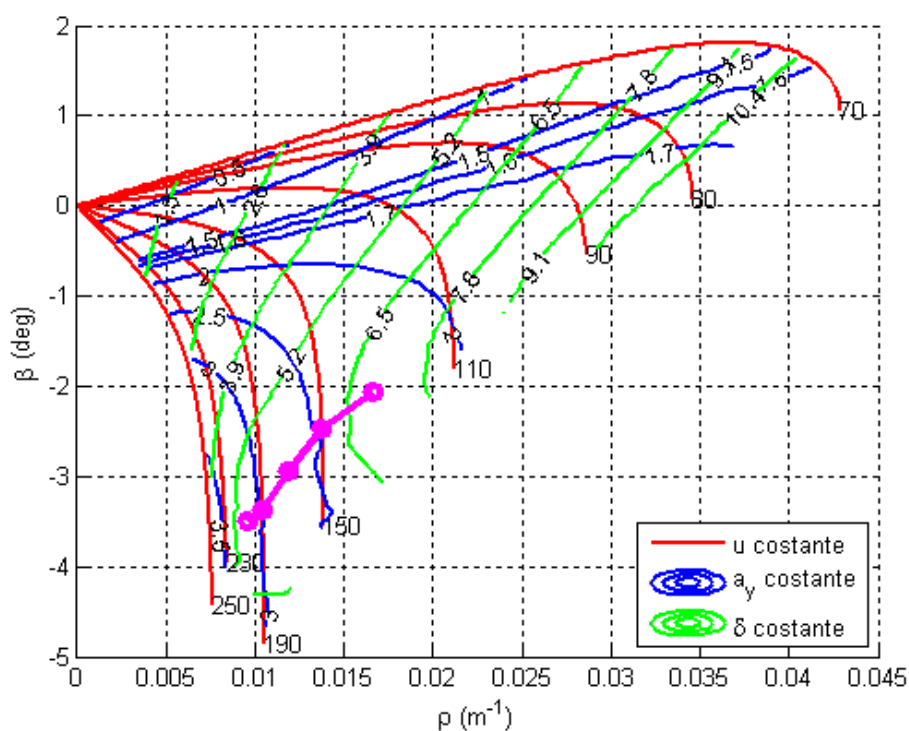


Figura 3.30: MAP sul piano $\rho - \beta$ a centro curva per il veicolo con carico aerodinamico e trasferimenti di carico laterali maggiormente ripartiti verso il posteriore.

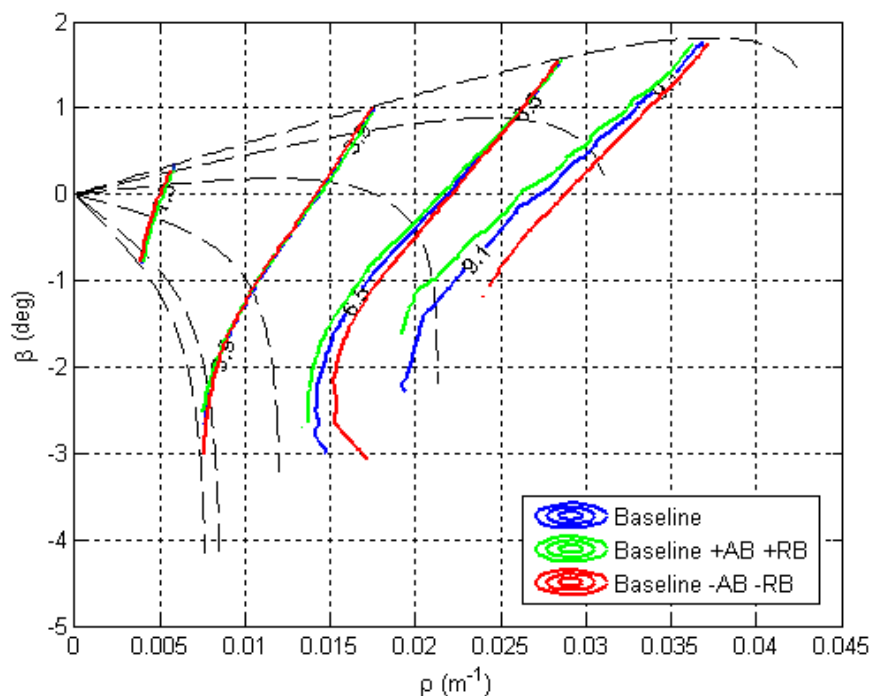


Figura 3.31: Confronto tra curve a δ costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con carico aerodinamico e trasferimenti di carico maggiormente ripartiti all'anteriore (in verde) e al posteriore (in rosso).

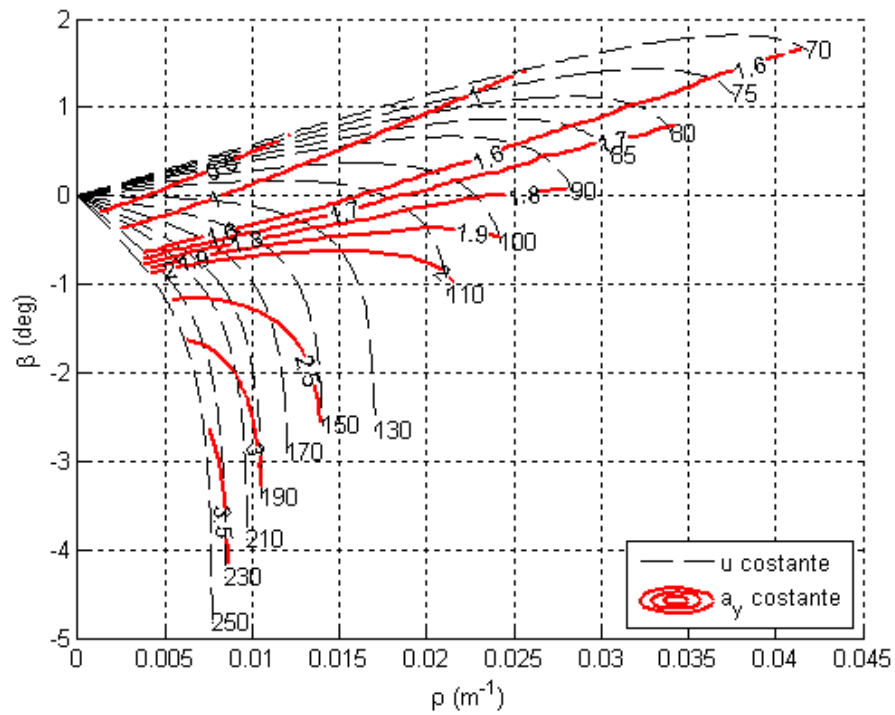


Figura 3.32: Curve ad a_y costante per il veicolo con carico aerodinamico e trasferimento di carico ripartiti maggiormente all'anteriore.

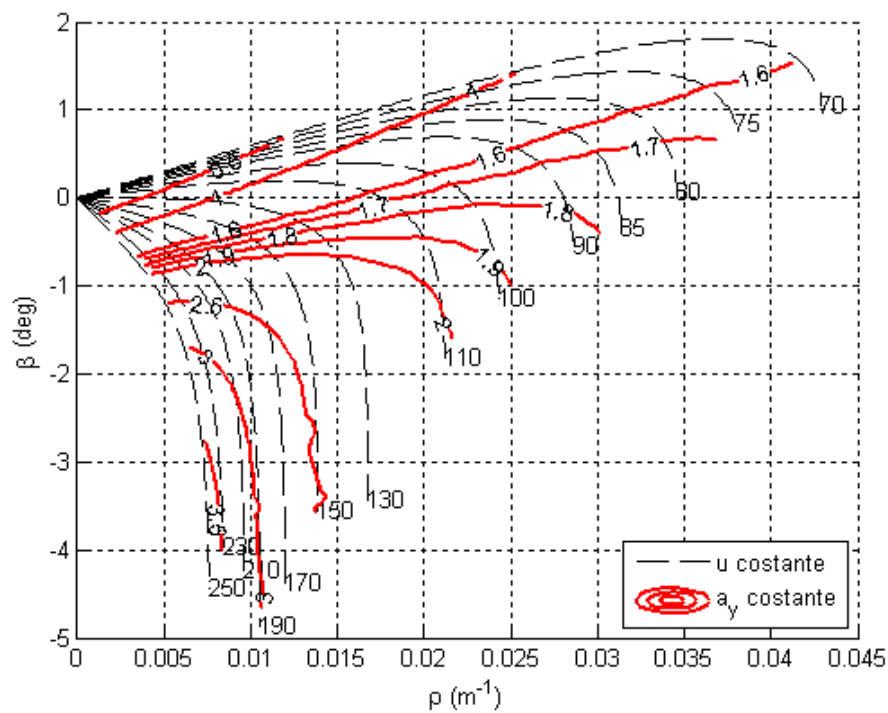


Figura 3.33: Curve ad a_y costante per il veicolo con carico aerodinamico e trasferimento di carico ripartiti maggiormente al posteriore.

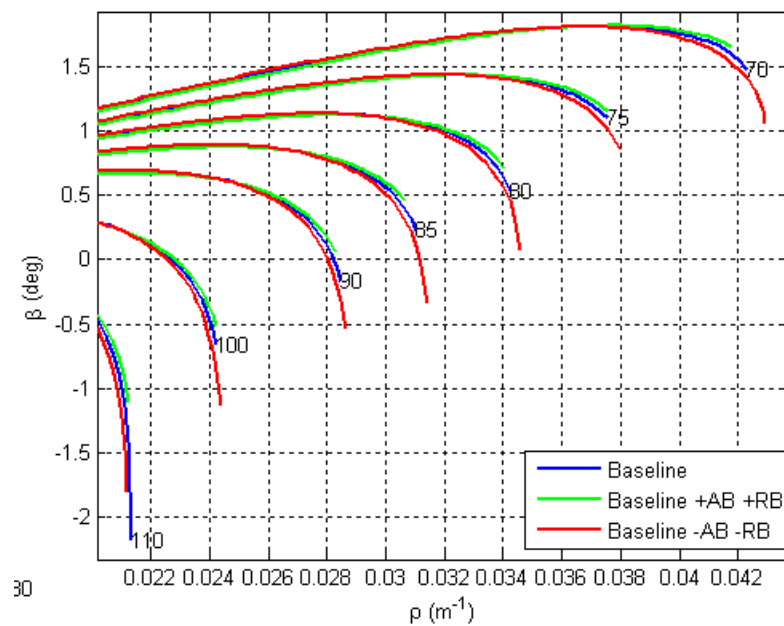


Figura 3.34: Confronto tra curve a velocità costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con carico aerodinamico e trasferimenti di carico maggiormente ripartiti all'anteriore (in verde) e al posteriore (in rosso): particolare della zona a basse velocità e raggi di curvatura.

Come si nota dalle Fig. 3.32 e 3.33 (o, equivalentemente, dalle 3.37 e 3.37), a basse velocità, con l'assetto n.2 si riescono a percorrere traiettorie con una data accelerazione laterale compresa tra 1.6 e 2 g a velocità minori di quanto si riesce a fare con l'assetto n.1. Equivalentemente a parità di velocità è possibile percorrere curve più strette (e.g. con curvatura maggiore) come mostrato dal confronto di Fig. 3.34 (sul piano $\rho - \beta$) e 3.38 (sul piano $\delta - \rho$).

Per valori della velocità superiori ai 110 km/h, fino a circa 210 km/h l'assetto n.1 diventa preferibile al n.2: come si nota dalle Fig. 3.35 e 3.39 è infatti possibile percorrere traiettorie più strette con il veicolo che rimane stabile a differenza di ciò che avviene con l'assetto n.2.

Dai 210 km/h in poi la situazione si inverte di nuovo e il veicolo con il setup n.1 è instabile a differenza del n.2 che quindi è preferibile.

Il comportamento del veicolo con l'assetto di riferimento rappresenta una via di mezzo tra i due è probabilmente preferibile considerando stabilità e prestazione su tutto il piano degli stati.

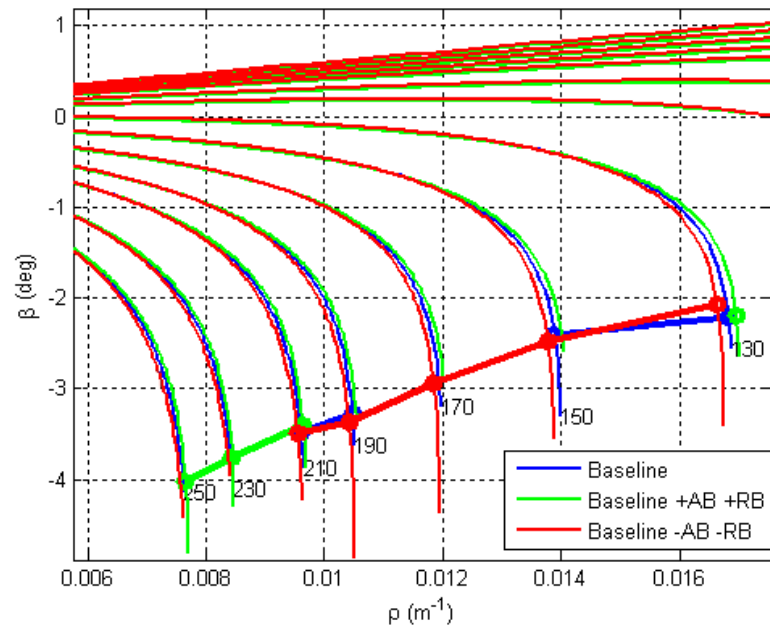


Figura 3.35: Confronto tra curve a velocità costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con carico aerodinamico e trasferimenti di carico maggiormente ripartiti all'anteriore (in verde) e al posteriore (in rosso): particolare della zona ad alte velocità e raggi di curvatura.

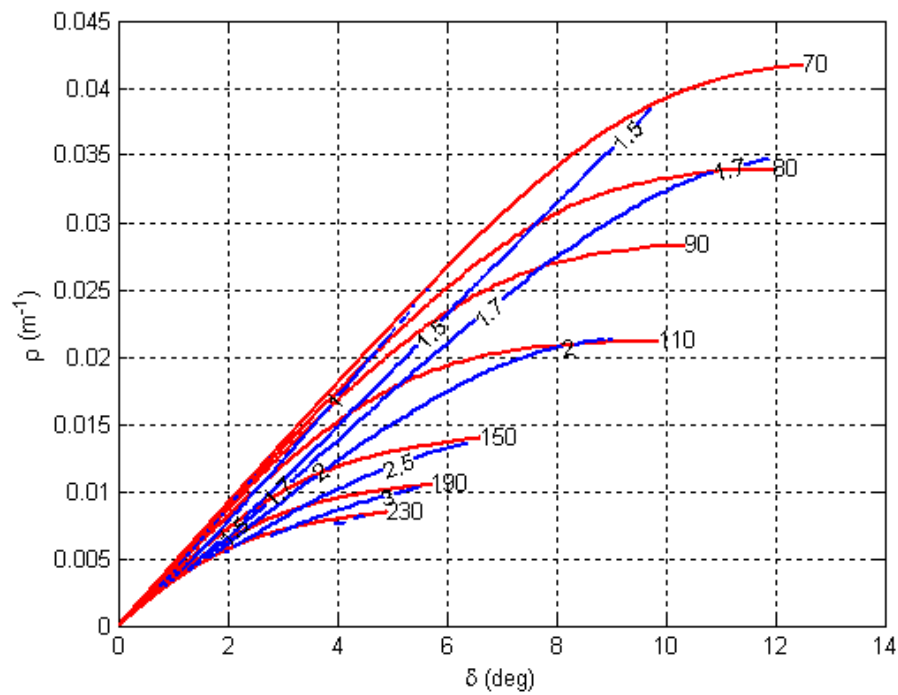


Figura 3.36: MAP sul piano $\delta - \rho$ a centro curva per il veicolo con carico aerodinamico e trasferimenti di carico maggiormente ripartiti verso l'anteriore.

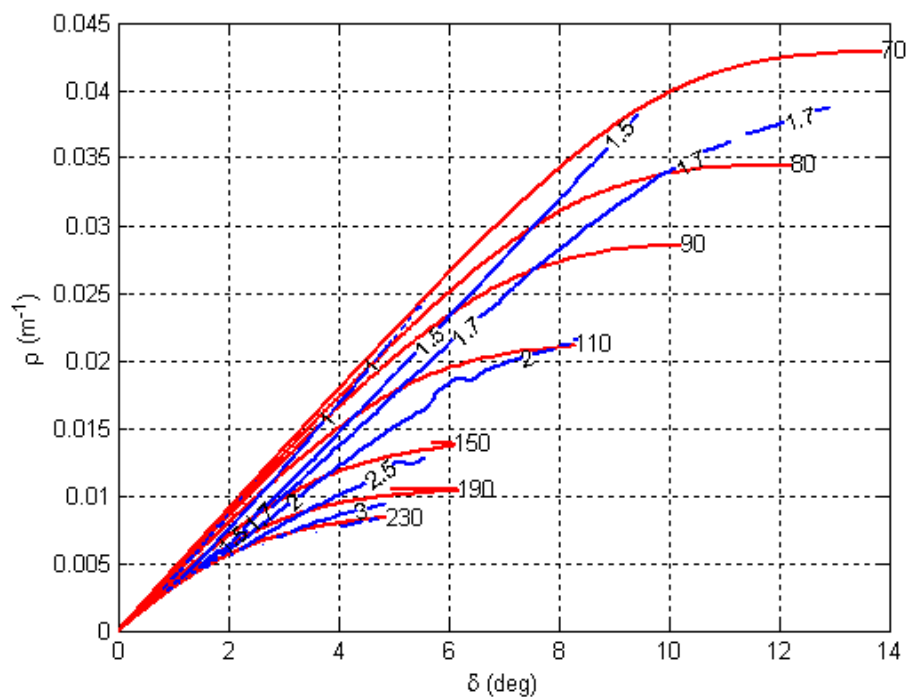


Figura 3.37: MAP sul piano $\delta - \rho$ a centro curva per il veicolo con carico aerodinamico e trasferimenti di carico maggiormente ripartiti verso il posteriore.

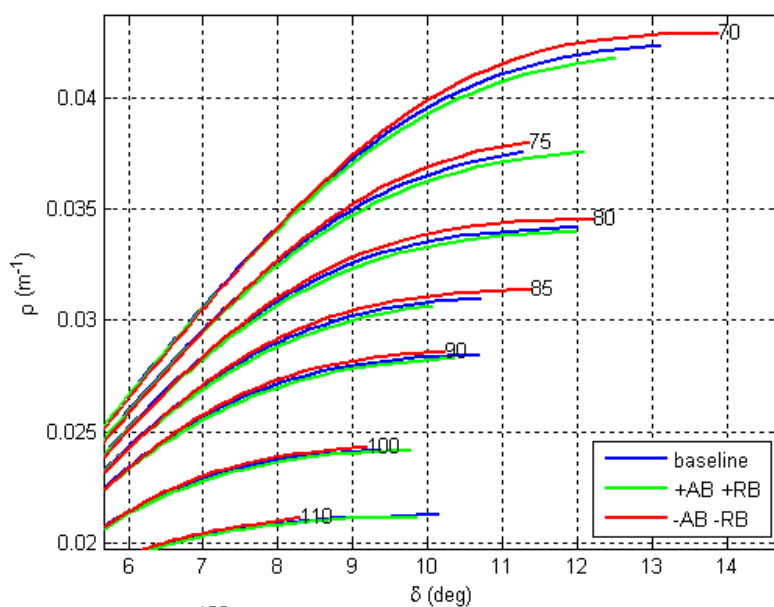


Figura 3.38: Confronto sul piano $\delta - \rho$ tra curve a velocità costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con carico aerodinamico e trasferimenti di carico maggiormente ripartiti all'anteriore (in verde) e al posteriore (in rosso): particolare della zona a basse velocità e raggi di curvatura.

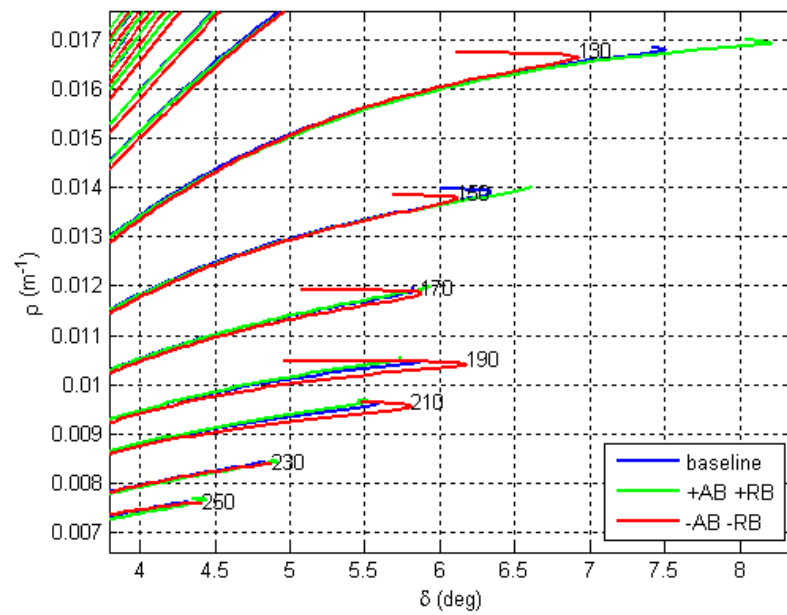


Figura 3.39: Confronto sul piano $\delta - \rho$ tra curve a velocità costante nei tre casi di veicolo con assetto base (in blu), e con carico aerodinamico e trasferimenti di carico maggiormente ripartiti all'anteriore (in verde) e al posteriore (in rosso): particolare della zona ad alte velocità e raggi di curvatura.

Capitolo 4

Map of achievable performance in ingresso e uscita curva

Fino a questo momento si è analizzato, mediante l'utilizzo delle MAP, l'handling di veicolo da Formula 1 a centro curva. In questa particolare configurazione i pneumatici lavorano in laterale puro senza l'impegno in longitudinale necessario per generare forze frenanti o di trazione.

Inoltre il differenziale è completamente aperto e la velocità di avanzamento è circa costante il che permette di trascurare trasferimenti di carico longitudinali.

È possibile tuttavia rilassare queste ipotesi per andare ad analizzare il comportamento del veicolo in ingresso e in uscita curva. Nella sezione 1.4.1 si è dimostrato come, anche in condizioni di differenziale bloccato, il comportamento stazionario del veicolo dipenda sempre da una coppia di variabili come, ad esempio, l'angolo di sterzo e l'accelerazione laterale oppure l'angolo di sterzo e la velocità di avanzamento.

Resta da capire come modellare, in una condizione di regime, la presenza di una certa accelerazione longitudinale, positiva o negativa a seconda che ci si trovi in uscita o in ingresso curva. Per ottenere le MAP sarà necessario simulare delle manovre a velocità costante in presenza di una certa accelerazione longitudinale, tramite la soluzione diretta delle equazioni a regime (scan di accelerazione laterale) o tramite manovre stazionarie.

Occorre quindi, sebbene possa sembrare un controsenso, ricreare l'effetto di una certa accelerazione longitudinale a_x agente sul veicolo senza far variare la velocità: dal momento infatti che non si è interessati a studiare la dinamica longitudinale del veicolo, ma soltanto le conseguenze che indirettamente essa porta nella dinamica laterale, è possibile, secondo un approccio utilizzato anche in [5], effettuare le simulazioni considerando una forza costante e pari a ma_x applicata nel baricentro come se il veicolo procedesse a velocità costante in salita o in discesa considerando il veicolo all'equilibrio in direzione longitudinale.

Dal momento che si sta considerando il veicolo a regime, questa forza dovrà in prima approssimazione essere bilanciata dalle forze longitudinali F_{x1} e F_{x2} prodotte dai pneumatici anteriori e posteriori, dalla resistenza all'avanzamento del veicolo $\frac{1}{2}\rho_a SC_x u^2$ (dove C_x è il coefficiente di penetrazione aerodinamica) e dalla componente della forza laterale prodotta dai pneumatici anteriori lungo l'asse del veicolo $F_{y1}\delta$.

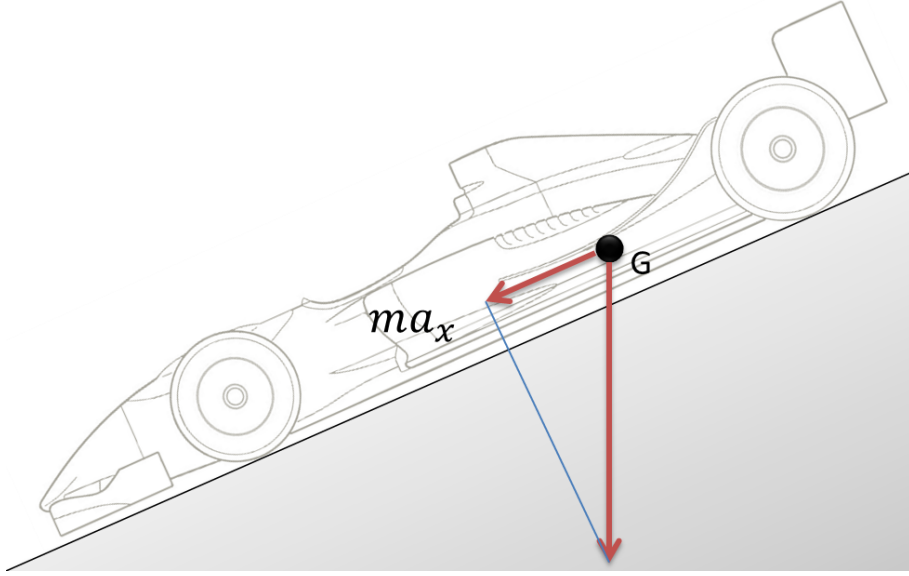


Figura 4.1: Simulazione, a velocità costante, di una condizioni di accelerazione longitudinale costante: il veicolo può essere pensato come in marcia su una piano inclinato in salita o in discesa.

Dovrà quindi essere rispettata la seguente condizione

$$ma_x = F_{x_1} + F_{x_2} + F_{y_1}\delta + \frac{1}{2}\rho_a SC_x u^2 \quad (4.1)$$

la quale costituirà un vincolo nella soluzione delle equazioni che descrivono la dinamica laterale a regime.

Queste equazioni saranno anche influenzate direttamente dai termini F_{x_1} e F_{x_2} : dal momento che i pneumatici lavorano in combinato infatti, le caratteristiche dei due assali, che esprimono alle varie velocità la relazione tra forza laterale e angolo di deriva, saranno più piatte rispetto al caso in cui l'aderenza venga richiesta solo per produrre forza laterale.

Naturalmente, essendo il veicolo a trazione posteriore, il termine F_{x_1} potrà essere soltanto negativo o al limite nullo e dipenderà dalla coppia frenante e dalla ripartizione della frenata tra anteriore e posteriore (nota in gergo come *brake balance*).

Il termine F_{x_2} invece potrà essere sia negativo che positivo a seconda che ci si trovi in condizioni di frenata o trazione. Inoltre, in frenata, esso dipenderà non soltanto dal brake balance ma anche dal freno motore e, quindi, dalla velocità del veicolo e dalla marcia innestata.

Un altro effetto che la presenza dell'accelerazione longitudinale apporta alla dinamica laterale del veicolo è un certo trasferimento di carico tra assale anteriore e posteriore che, trascurando in prima approssimazione gli effetti aerodinamici indotti dalla configurazione del veicolo modificata, è dato da

$$\Delta F_z = ma_x \frac{h}{l} \quad (4.2)$$

dove h è l'altezza da terra del baricentro.

Il trasferimento di carico longitudinale così definito è tale per cui

$$\begin{aligned}\hat{F}_{z_1} &= F_{z_1} + \Delta F_z \\ \hat{F}_{z_2} &= F_{z_2} - \Delta F_z\end{aligned}\tag{4.3}$$

dove i termini F_{z_i} rappresentano il carico verticale sul singolo assale in assenza di accelerazione longitudinale.

Occorre tuttavia considerare il fatto che difficilmente il pilota inserisce il veicolo in curva in presenza di accelerazioni longitudinali superiori a $1\div 2$ g. In uscita curva invece, tipicamente a_x è limitata a 1 g circa.

Inoltre l'influenza della forza longitudinale sul trasferimento di carico viene decisamente attenuata dal rapporto h/l tra altezza del baricentro e passo del veicolo che, in un veicolo da Formula 1, è molto inferiore all'unità.

È lecito aspettarsi dunque che, considerando anche la presenza dell'aerodinamica che innalza il carico verticale complessivo, la differenza tra i termini F_{z_i} e \hat{F}_{z_i} sia minima su ciascun assale.

L'ultimo effetto da considerare è quello del differenziale che in questa sede, per semplicità, è stato considerato completamente bloccato. Come discusso nella sezione 1.4.1, il differenziale bloccato genera un momento di imbardata che deve essere necessariamente bilanciato dalle forze laterali generate dai pneumatici.

Nel proseguo di questo capitolo, servendoci delle MAP, si analizzerà il comportamento del veicolo in ingresso e uscita curva.

Tutte le considerazioni fatte nei precedenti capitoli per il caso del comportamento a centro curva rimangono ancora valide. L'unica eccezione è costituita dalla condizione (2.16) che non è più necessaria e sufficiente per la stabilità del veicolo.

Per analizzare la stabilità del veicolo in questa condizione occorre purtroppo considerare il linearizzato del modello a tre variabili di stato discusso in 1.4.1 che, a causa della maggiore complicazione analitica, non è in grado di fornire condizioni necessarie e sufficienti semplici per la stabilità.

È ragionevole tuttavia pensare che la necessità di diminuire l'angolo di sterzo per stringere una curva sia una condizione di funzionamento anomala, che richiede un certo impegno in termini di controllo in anello chiuso da parte del pilota. Non è pertanto un'indicazione da trascurare.

4.1 Comportamento del veicolo in uscita curva

Per prima cosa si analizzerà il comportamento direzionale a regime del veicolo in uscita curva, per un valore ritenuto tipico dell'accelerazione longitudinale pari a 0.5 g.

Come anticipato, in questa condizione la caratteristica dell'assale posteriore diventa più piatta e il valore di picco diminuisce dal momento che i pneumatici sono impegnati a fornire la trazione necessaria per mantenere l'accelerazione longitudinale richiesta.

È ragionevole pertanto ritenere che la prestazione massima a regime (in termini di a_y o, equivalentemente, di ρ) sia limitata dal valore massimo della forza laterale disponibile al retrotreno. In effetti così è, come si nota dalla MAP sul piano degli

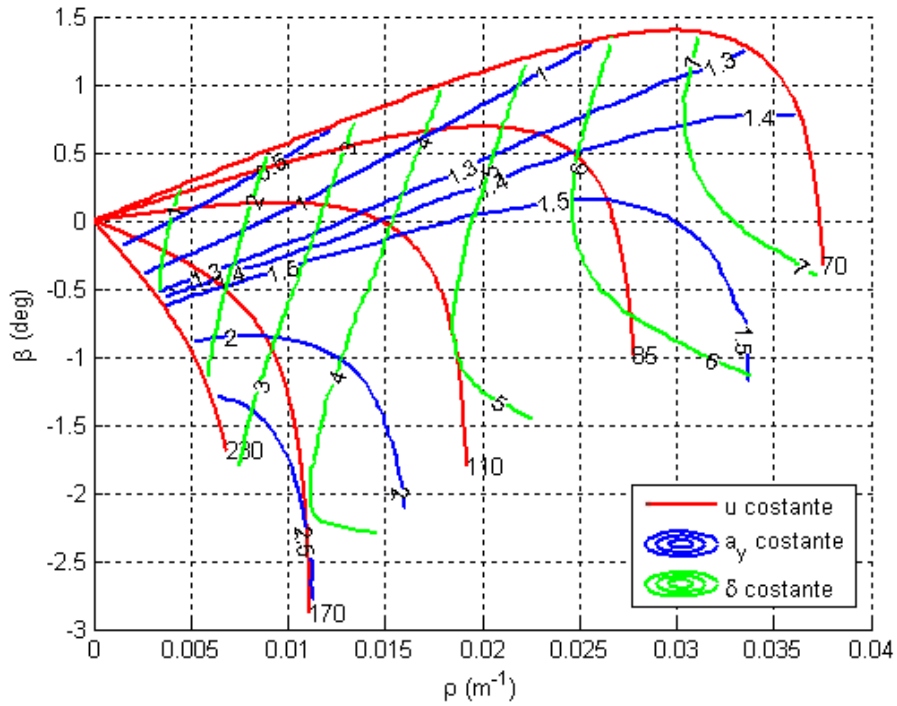


Figura 4.2: MAP sul piano $\rho - \beta$ relative al veicolo con una accelerazione longitudinale di 0.5 g.

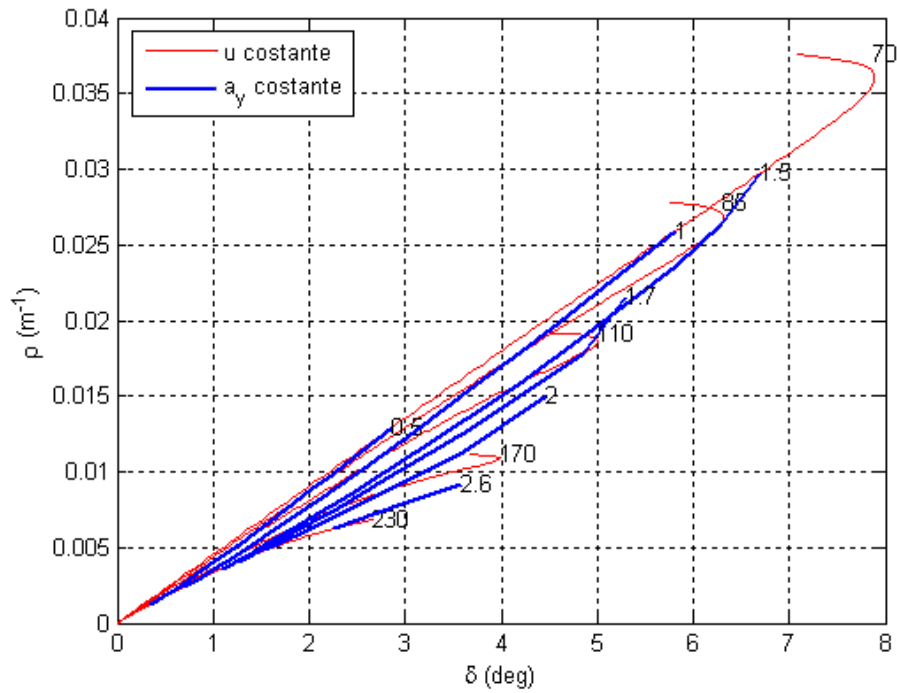


Figura 4.3: MAP sul piano $\delta - \rho$ relative al veicolo con una accelerazione longitudinale di 0.5 g.

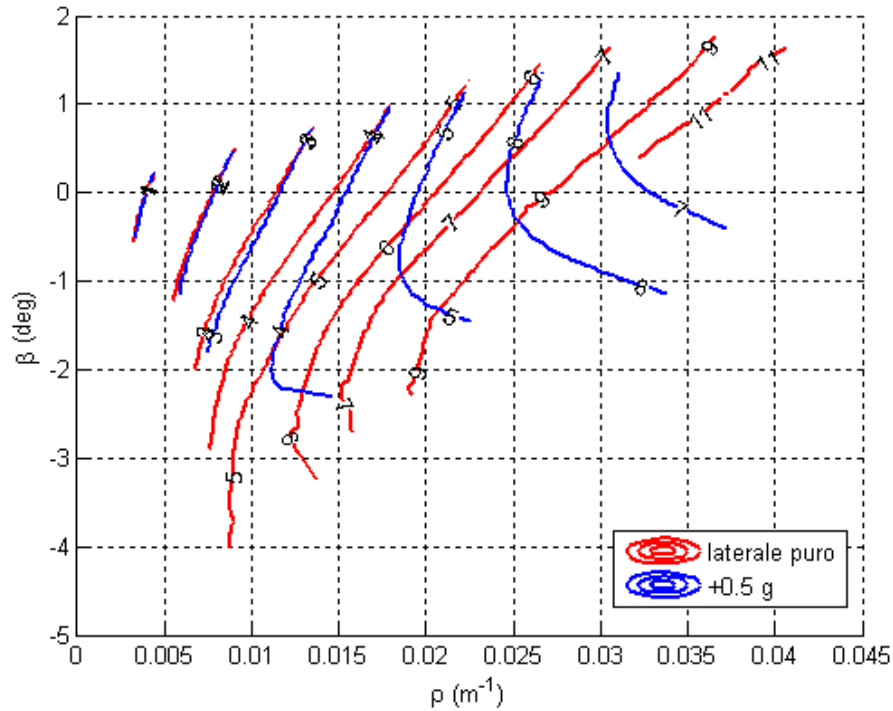


Figura 4.4: Confronto tra curve a δ costante nel caso di veicolo in laterale puro e in trazione.

stati, riportata in Fig. 4.2: per ciascun valore della velocità infatti, in corrispondenza della curvatura massima il veicolo ha un comportamento sovrasterzante, sintomo che il picco della caratteristica dell'assale posteriore è stato raggiunto prima di quello dell'assale anteriore.

Il grip equivalente sull'assale posteriore, per basse velocità, si è ridotto ad un valore pari a circa $1.3 \div 1.4$, come si nota osservando le curve ad a_y costante a fronte di un valore pari a circa $1.5 \div 1.6$ stimato precedentemente.

Interessante mettere a confronto il comportamento sovra-sottosterzante e la prestazione del veicolo in trazione e in laterale puro. A questo proposito, si osservino le curve in Fig. 4.4, 4.5 e 4.6.

Sia a livello di sottosterzo che di prestazione massima tra il comportamento del veicolo in laterale puro e in trazione è elevata a basse velocità e si assottiglia all'aumentare di u .

Le motivazioni sono principalmente due: la prima è che tipicamente all'aumentare della velocità il carico aerodinamico aumenta maggiormente al posteriore che all'anteriore. La seconda è che per elevate velocità si ha una grande resistenza all'avanzamento che deve essere necessariamente bilanciata dalle forze longitudinali generate dall'assale posteriore. Queste forze sono presenti anche se il veicolo è in una condizione di centro curva e quindi la differenza con il comportamento in trazione si assottiglia.

All'inizio del capitolo si è parlato di quali sono gli elementi che differenziano il comportamento del veicolo a centro curva e in condizioni di accelerazione longitudinale. Dai dati ottenuti effettuando queste simulazioni è possibile avere un'idea della reale influenza di ciascuno di questi fattori.

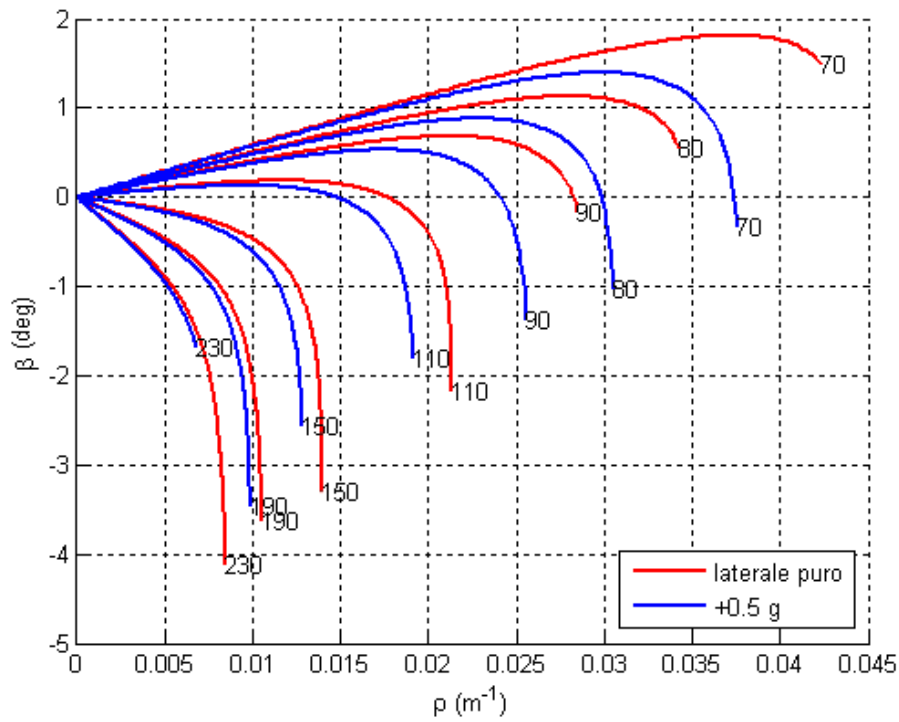


Figura 4.5: Confronto tra curve a u costante nel caso di veicolo in laterale puro e in trazione.

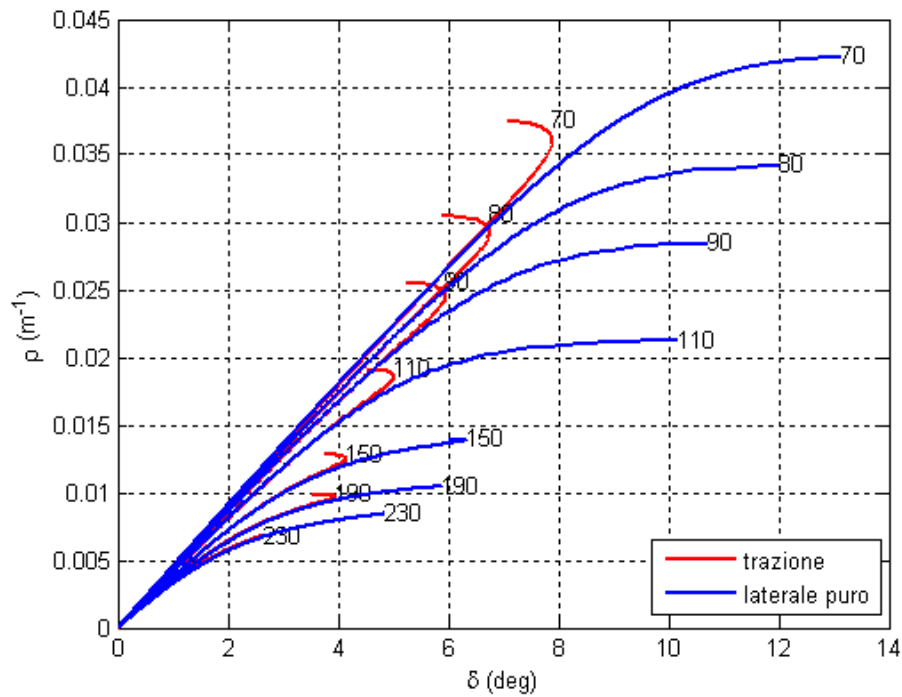


Figura 4.6: Confronto tra curve a u costante sul piano $\delta - \rho$ nel caso di veicolo in laterale puro e in trazione.

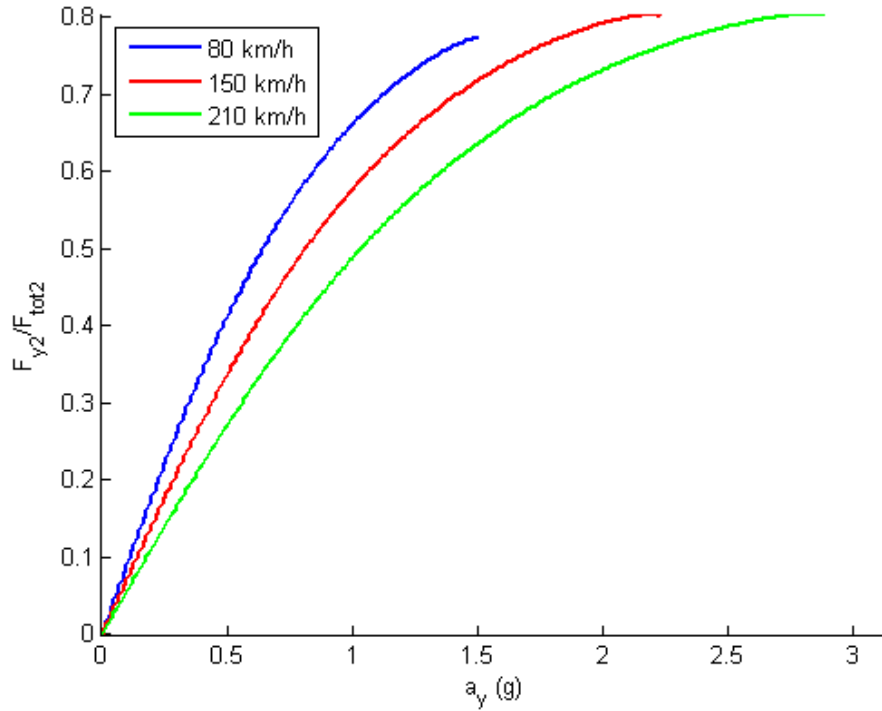


Figura 4.7: Rapporto tra forza laterale e forza totale generate dall'assale posteriore.

In questo caso, l'effetto più evidente è senz'altro dato dal fatto che i pneumatici posteriori lavorano in combinato. Ciò significa che una parte del grip a disposizione viene utilizzato per generare forze longitudinali. Per avere un'idea qualitativa della frazione del coefficiente di aderenza utilizzata per generare forze longitudinali si osservi la Fig. dove si è riportato il rapporto tra la forza laterale F_{y2} generata dall'assale posteriore e la forza totale

$$F_{tot,2} = \sqrt{F_{x2}^2 + F_{y2}^2}. \quad (4.4)$$

Equivalentemente a quanto fatto con F_{y2} , la forza longitudinale F_{x2} generata dall'assale posteriore è stata definita come somma delle forze prodotte dai due singoli pneumatici

$$F_{x2} = F_{x21} + F_{x22} \quad (4.5)$$

Si nota come, alle varie velocità, una consistente parte del grip venga utilizzata per generare le forze longitudinali necessarie per produrre l'accelerazione richiesta.

Gli altri fenomeni sono presenti in misura minore. Ad esempio in Fig. 4.8 è riportato l'andamento del trasferimento di carico tra assale anteriore e posteriore normalizzato rispetto al carico totale agente sul veicolo. Come accennato precedentemente, il bassissimo rapporto tra altezza del baricentro e passo del veicolo fa sì che il trasferimento di carico sia sempre inferiore al 4% del carico verticale totale per questi valori di a_x .

Infine si analizzano gli effetti del differenziale bloccato sul comportamento a regime del veicolo. Come accennato in precedenza, il fatto che le forze longitudinali prodotte dalle ruote posteriori siano diverse da loro produce un momento di imbardata che dovrà necessariamente essere equilibrato da una coppia di forze laterali generate

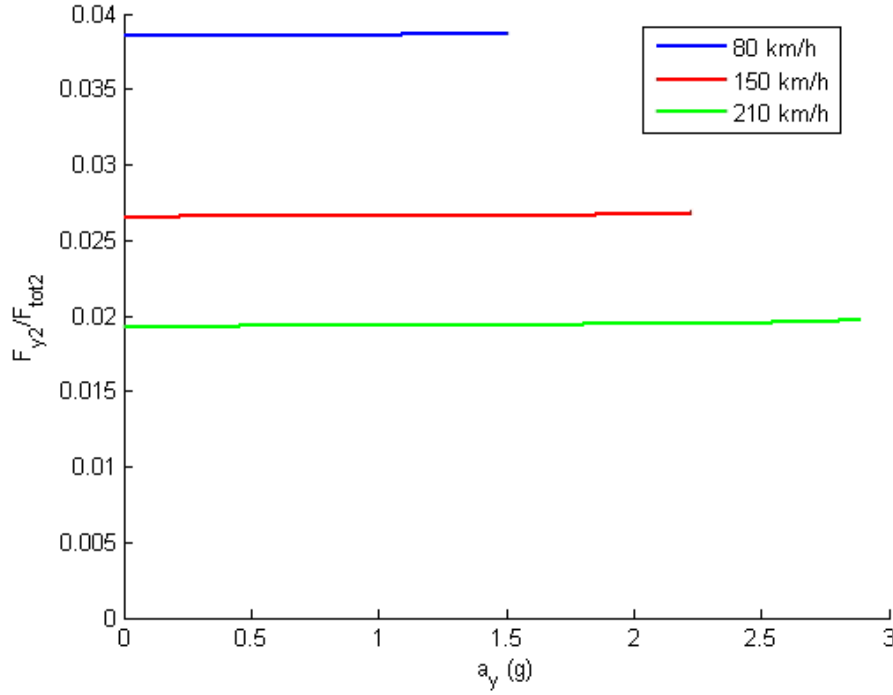


Figura 4.8: Trasferimento di carico tra assale anteriore e posteriore normalizzato per il carico totale.

dai due assali. Queste due forze saranno a regime pari a

$$F_y^* = \frac{M_{z2}}{l} = (F_{x21} - F_{x21}) \frac{t_2}{2l} \quad (4.6)$$

dove t_2 è la carreggiata posteriore. Se $M_{z2} > 0$, si avrà che la forza F_y^* sarà verso le y positive sull'asse posteriore e verso le y negative sull'asse anteriore.

Per valutare l'influenza del differenziale bloccato sul comportamento direzionale del veicolo si è calcolato il rapporto tra la forza F_y^* e la forza totale generata dall'assale anteriore. I risultati sono ri

Come si nota l'influenza del momento di imbardata sulla forza laterale richiesta dall'assale anteriore è davvero bassa. Tale rapporto sarà ancora inferiore per l'assale posteriore dove, dato che il baricentro nelle vetture da corsa è sempre spostato maggiormente verso il retrotreno, la forza laterale all'equilibrio è sempre superiore a quella anteriore.

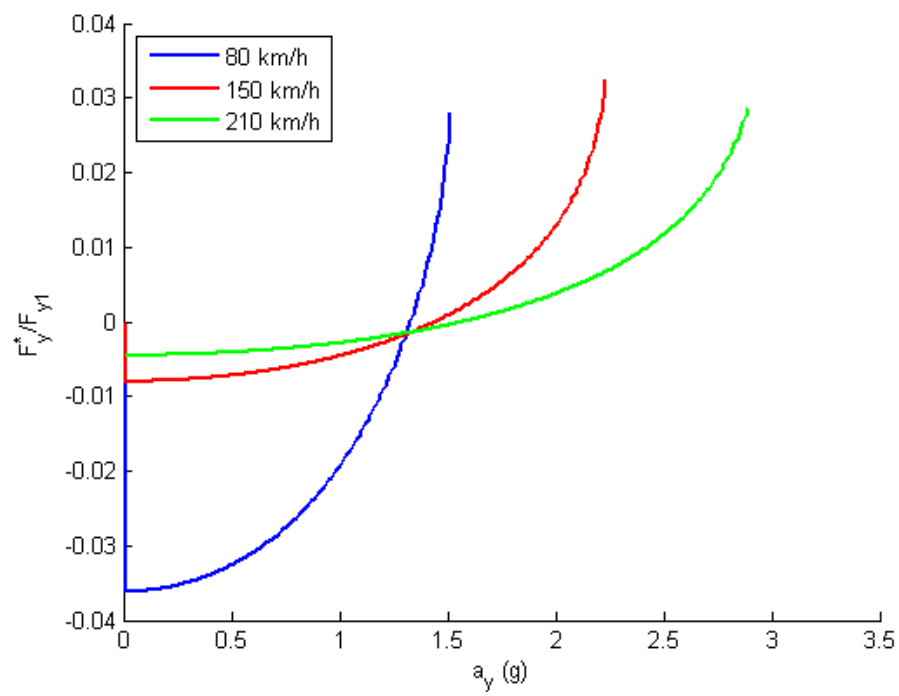


Figura 4.9: Rapporto tra la forza laterale F_y^* e forza laterale prodotta dall'assale anteriore.

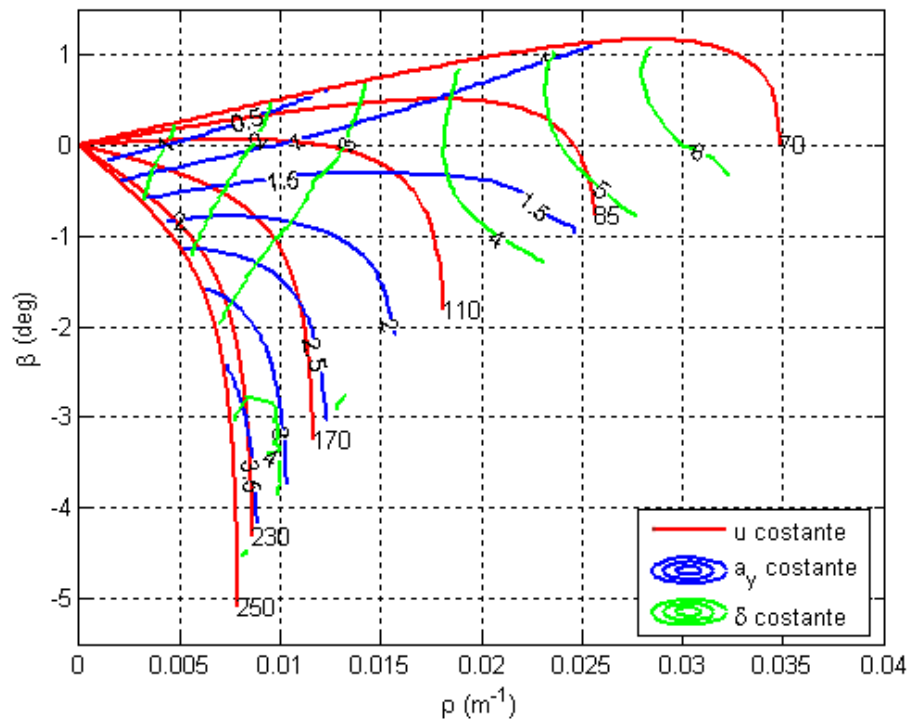


Figura 4.10: MAP sul piano $\rho - \beta$ relative al veicolo con una accelerazione longitudinale di -1 g.

4.2 Comportamento del veicolo in ingresso curva

Si analizza adesso il comportamento a regime del veicolo in ingresso curva. Il caso è ancora più complicato rispetto a quanto visto precedentemente in quanto stavolta anche la caratteristica dell'assale anteriore sarà influenzata dalla presenza di una certa forza longitudinale.

Interessante notare come, alle basse velocità, il veicolo sia ancora decisamente sovrasterzante con il grip al retrotreno che rappresenta il fattore limitante per la prestazione del veicolo.

Questo fenomeno può essere spiegato dal fatto che, alle basse velocità, e quindi per marce basse, il freno motore ha un effetto preponderante sulle forze frenanti generate dagli assali.

Questo è vero fino a valori della velocità prossimi ai 100 km/h dove avviene un cambio di marcia e si passa dalla prima alla seconda, provocando una diminuzione del freno motore.

All'aumentare della velocità inoltre la resistenza aerodinamica diventa preponderante, fino a provocare praticamente da sola una decelerazione di 1 g per velocità intorno ai 210 km/h.

L'unione di questi due fenomeni spiega la notevole differenza che si ha tra il comportamento sovra-sottosterzante e nella differenza di prestazione rispetto al caso di laterale puro del veicolo alle basse e alle alte velocità.

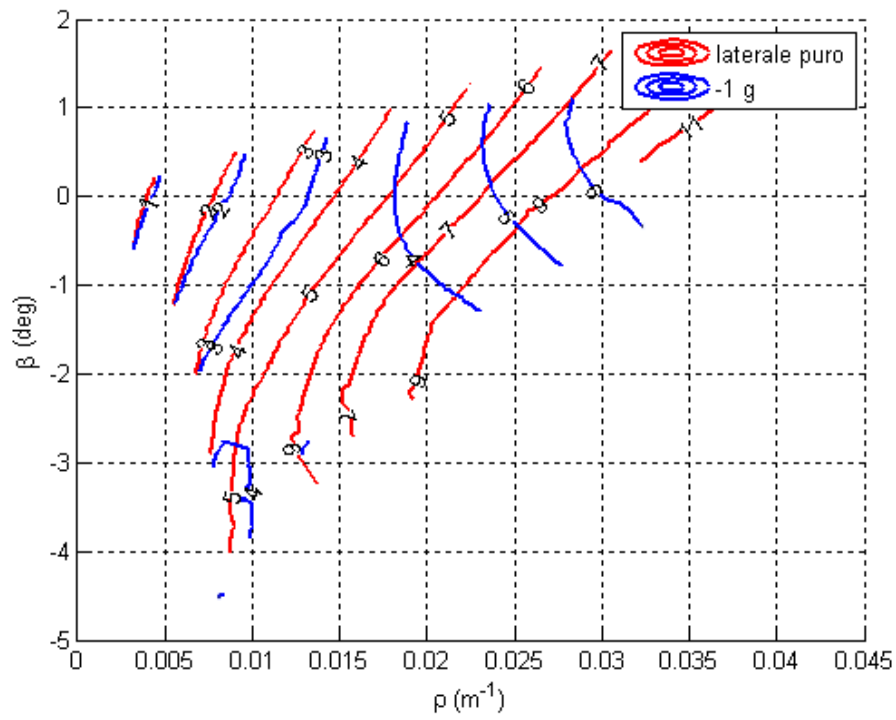


Figura 4.11: Confronto tra curve a δ costante nel caso di veicolo in laterale puro e in frenata.

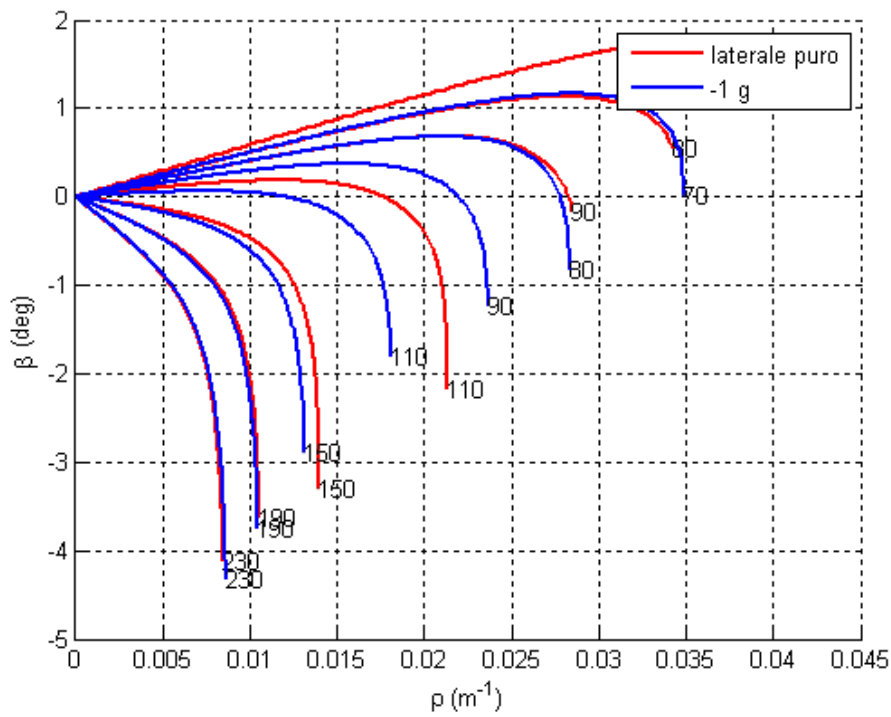


Figura 4.12: Confronto tra curve a u costante nel caso di veicolo in laterale puro e in trazione.

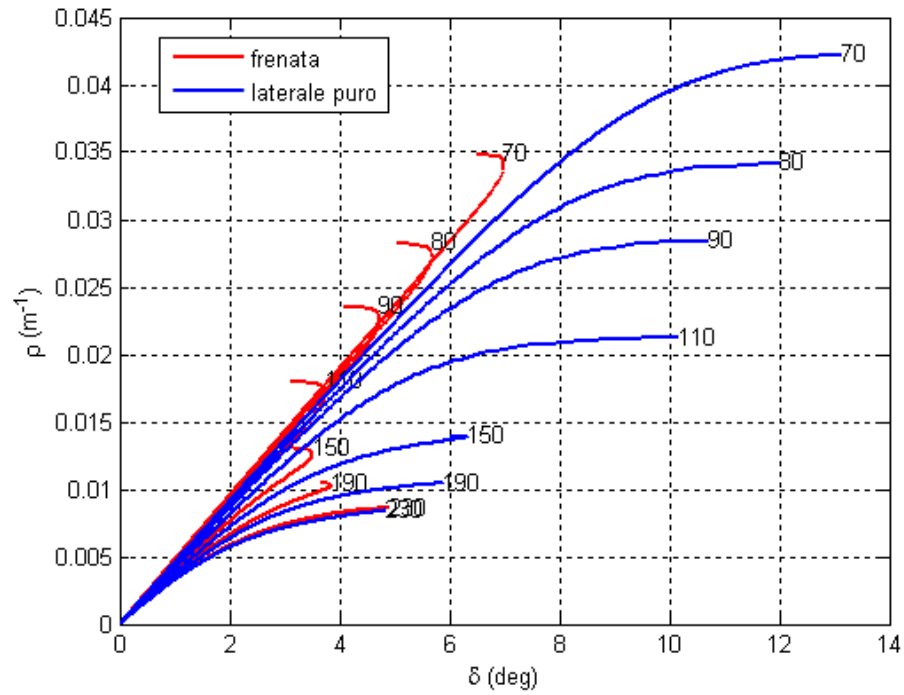


Figura 4.13: Confronto tra curve a u costante sul piano $\delta - \rho$ nel caso di veicolo in laterale puro e in frenata.

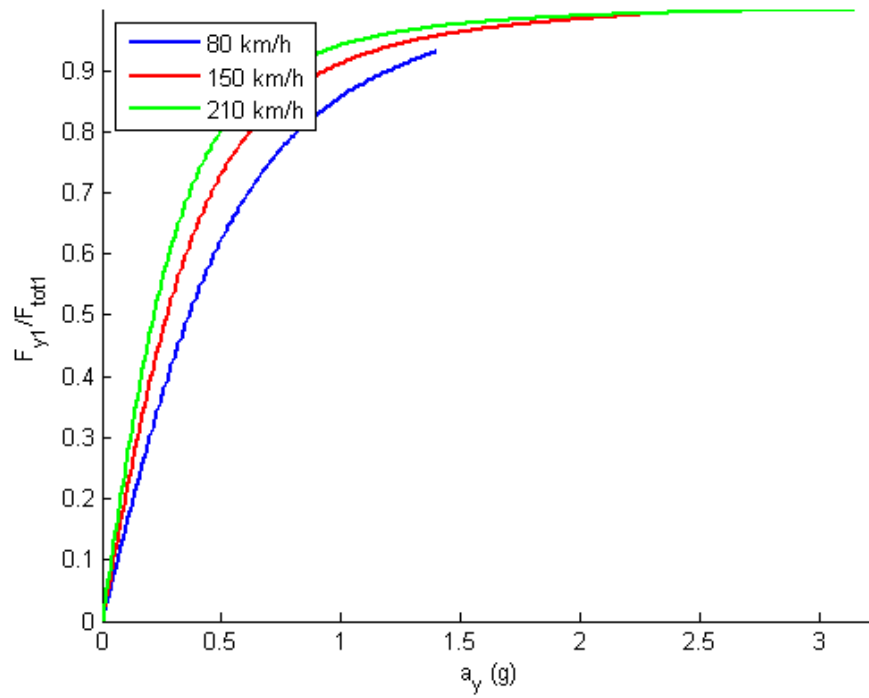


Figura 4.14: Rapporto tra forza laterale e forza totale generate dall'assale anteriore.

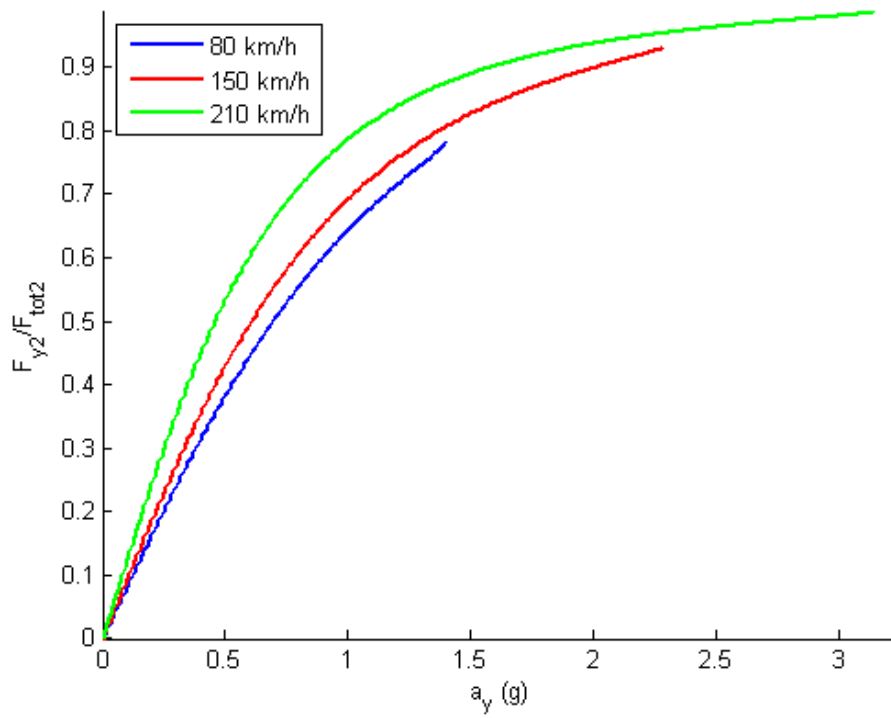


Figura 4.15: Rapporto tra forza laterale e forza totale generate dall'assale posteriore.

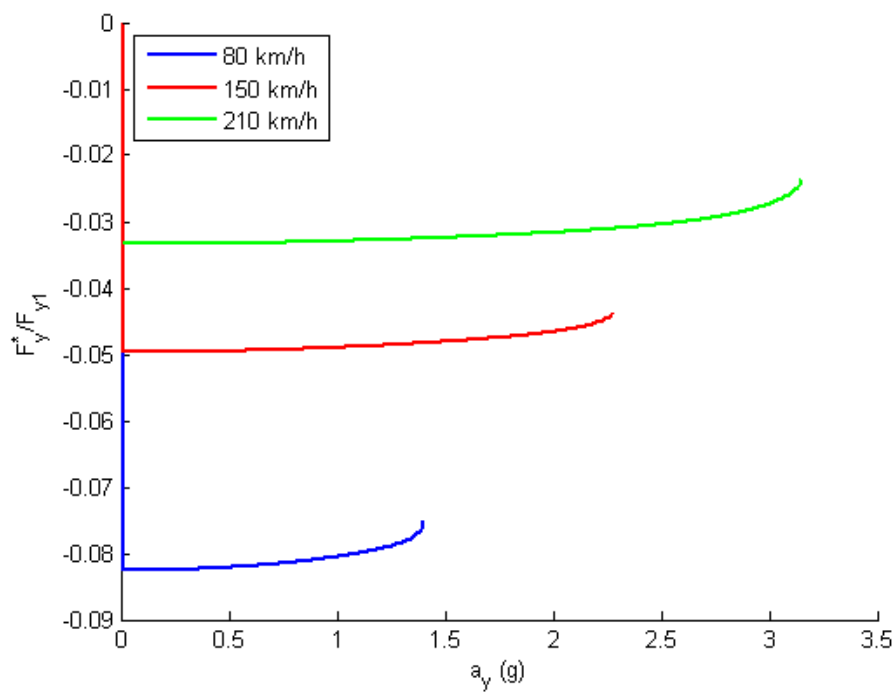


Figura 4.16: Rapporto tra la forza laterale F_y^* e forza laterale prodotta dall'assale anteriore.

Conclusioni

In questo lavoro, sviluppato in collaborazione con Ferrari Gestione Sportiva, è stato definito uno strumento per valutare l'handling di veicoli di Formula 1, caratterizzati cioè dalla presenza di carichi aerodinamici, differenziale bloccato e azioni combinate sui pneumatici.

Questo strumento, chiamato *map of achievable performance* rappresenta una sorta di “DNA” del veicolo in quanto consente di visualizzare l'intero comportamento stazionario e di analizzarne tutti gli aspetti salienti come la stabilità, il comportamento sovra-sottosterzante, la quantità di grip disponibile e la prestazione al limite.

Si è inoltre dimostrato come sia possibile anche comparare le curve che compongono le MAP relative a diversi veicoli o allo stesso veicolo avente regolazioni diverse dell'assetto.

La metodologia è valida per l'analisi dell'handling di veicoli sia in situazioni di centro curva, sia di ingresso e uscita curva.

Questo strumento è in questo momento in fase di integrazione nel software di simulazione e analisi di telemetria dell'azienda.

Bibliografia

- [1] F. Frendo, G. Greco, M. Guiggiani, and A. Sponziello. The handling surface: a new perspective in vehicle dynamics. *Vehicle System Dynamics*, 45(11):1001–1016, 2007. doi: 10.1080/00423110601164888.
- [2] Francesco Frendo, Giordano Greco, and Massimo Guiggiani. Critical review of handling diagram and understeer gradient for vehicles with locked differential. *Vehicle System Dynamics*, 44(6):431–447, 2006. doi: 10.1080/09638230500348184.
- [3] M. Guiggiani. *Dinamica del veicolo*. CittàStudi, 2007. ISBN 9788825173000. URL <http://books.google.it/books?id=AZrCGAAACAAJ>.
- [4] M. Guiggiani. *The Science of Vehicle Dynamics*. Springer, Berlin, 2013.
- [5] William F. Milliken and Douglas L. Milliken. *Race Car Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers Inc., Great Britain, 1996.
- [6] H.B. Pacejka. *Simplified Analysis of Steady-state Turning Behaviour of Motor Vehicles*. Afdeling der Werktuigbouwkunde. Technische Hogeschool Delft. Delft University of Technology, Department of Mechanical Engineering, 1973. URL <http://books.google.it/books?id=7bG7HAAACAAJ>.
- [7] H.B. Pacejka. *Tyre and Vehicle Dynamics*. Automotive engineering. Butterworth-Heinemann, 2006. ISBN 9780750669184. URL <http://books.google.it/books?id=wHlkbBnu9FEC>.